CAPÍTULO 8

PRECISÃO E VIABILIDADE TÉCNICA DO CÁLCULO DE ÁREAS EM LEVANTAMENTO TERRITORIAL NO SHOPPING GRÃO PARÁ (BELÉM-PA)

Aline Mendes Santana
https://orcid.org/0009-0007-3518-1963
Graduando em Engenharia de Produção da Universidade do Estado do Pará
Castanhal, Pará, Brasil

Heloá Fernanda Leal Pacheco
https://orcid.org/0009-0001-5486-2939
Graduando em Engenharia de Produção da Universidade do Estado do Pará
Castanhal, Pará, Brasil.

Marcos William Martins Leite
https://orcid.org/0009-0002-7746-4965
Graduando em Engenharia de Produção da Universidade do Estado do Pará
Castanhal, Pará, Brasil.

Yasmin Nascimento Gonçalves
https://orcid.org/0009-0001-7040-9405
Graduando em Engenharia de Produção da Universidade do Estado do Pará
Castanhal, Pará, Brasil.

Gilberto Emanoel Reis Vogado
https://orcid.org/0000-0003-4763-4767
Universidade do Estado do Pará (PA), Brasil

Jamille Carla Oliveira Araújo
https://orcid.org/0000-0002-2273-2347
Universidade Rural da Amazônia, Terra Firme, Belém, PA, Brasil.

Henrique Maia Pinheiro
https://orcid.org/0000-0001-5705-3486
Instituto Federal do Espírito Santo, Campus Montanha, Montanha, ES, Brasil

Iasmin Leticia dos Santos Monteiro
https://orcid.org/0000-0002-1480-8524
Colégio Federal Ten. Rêgo Barros, Souza, Belém, PA, Brasil

RESUMO: A determinação exata da área de terrenos é fundamental em pesquisa que envolve planejamento e análise espacial. Este estudo visa comparar duas abordagens para calcular a área de um terreno irregular adjacente do Shopping Grão-Pará, localizado em Belém (PA): uma delas é o método manual, que se baseia no Cálculo Integral e na modelagem polinomial, e a outra é o método digital, que utiliza o software Google Earth Pro, uma ferramenta das geotecnologias. A investigação é de caráter qualiquantitativo, combinando medições diretas com análises matemáticas e dados obtidos via satélite. O resultado obtido manualmente foi de 64.490,87553 m^2, mostrando uma compatibilidade com o valor digital. Essa comparação revela uma diferença percentual de apenas 0,0949%. Essa pequena variação evidencia a precisão e a confiabilidade dos métodos utilizados. Assim, chega-se à conclusão de que a combinação do Cálculo Integral com as geotecnologias representa uma abordagem eficaz e acessível para a medição de áreas irregulares com alta precisão.

PALAVRAS-CHAVE: Cálculo Integral; Geotecnologias; Medição de Áreas; Google Earth Pro; Precisão.

1. INTRODUÇÃO

A determinação precisa da área de terrenos constitui uma etapa fundamental em estudos de engenharia, planejamento urbano, análise ambiental e projetos de expansão territorial, uma vez que é a partir dessa informação que se estruturam decisões técnicas, econômicas, jurídicas e estruturais relacionadas ao uso e à ocupação do solo. O conhecimento exato da superfície territorial é indispensável para a elaboração de projetos de infraestrutura, execução de obras civis, regularização fundiária, implantação de empreendimentos, avaliação de impactos ambientais e delimitação de propriedades, garantindo segurança técnica, confiabilidade nos resultados e respaldo legal aos processos decisórios. Assim, a medição de áreas não se restringe a um simples cálculo matemático, mas configura-se como um procedimento de elevada relevância científica, social e econômica.

Tradicionalmente, a determinação da área de terrenos é realizada por meio de métodos matemáticos manuais, fundamentados na modelagem geométrica da região e na aplicação direta de conceitos da geometria analítica e do cálculo integral. Esses métodos exigem a identificação precisa dos vértices que delimitam o perímetro do terreno, a mensuração rigorosa das coordenadas cartesianas dos pontos e a aplicação de fórmulas específicas, como o método do polígono fechado ou a regra de integração por partes, para a obtenção do valor final da superfície. Embora apresentem elevado rigor científico, tais procedimentos demandam tempo, atenção, domínio técnico e estão sujeitos a erros humanos relacionados à leitura de dados, arredondamentos numéricos e falhas na coleta das medidas em campo.

Ainda assim, esses métodos permanecem amplamente utilizados no meio acadêmico por sua fundamentação teórica sólida e por permitirem a compreensão detalhada dos princípios matemáticos envolvidos no cálculo de áreas.

Com o avanço das tecnologias digitais, dos sistemas de informação geográfica (SIG) e das técnicas de georreferenciamento, ferramentas computacionais passaram a ocupar papel central nos processos de medição territorial. Nesse contexto, destacasse o Google Earth Pro, um software de acesso gratuito que permite a visualização de imagens de satélite em alta resolução, a demarcação de perímetros e o cálculo automático de áreas por meio de recursos integrados à plataforma. A utilização dessa ferramenta possibilita a obtenção rápida de dados espaciais, reduzindo significativamente o tempo necessário para a realização das medições e tornando o processo mais acessível a profissionais, estudantes e pesquisadores de diversas áreas.

Apesar das vantagens operacionais oferecidas pelas ferramentas digitais, como agilidade, praticidade e facilidade de uso, ainda existem questionamentos pertinentes a respeito da precisão dos resultados fornecidos, especialmente quando comparados aos métodos matemáticos tradicionais. Fatores como a resolução das imagens de satélite, possíveis desalinhamentos no georreferenciamento, distorções cartográficas e limitações da base de dados podem interferir nos valores calculados, tornando necessária uma análise criteriosa da confiabilidade dessas informações. Dessa forma, a comparação entre métodos manuais e digitais torna-se essencial para avaliar a compatibilidade dos resultados obtidos, bem como suas limitações técnicas e operacionais.

Nesse cenário de modernização dos processos de medição territorial, torna-se relevante a realização de estudos comparativos que busquem analisar a precisão, a aplicabilidade prática e a confiabilidade dos diferentes métodos disponíveis. A contraposição entre o cálculo analítico manual, sustentado por fundamentos matemáticos clássicos, e o método digital automatizado, baseado em geotecnologias, permite identificar as vantagens e desvantagens de cada abordagem, além de contribuir para a escolha da metodologia mais adequada conforme o contexto de aplicação. Essa análise é particularmente importante em áreas como a Engenharia de Produção, na qual o planejamento espacial, a otimização de recursos, a organização de layouts e a viabilidade de empreendimentos dependem diretamente da correta quantificação das áreas envolvidas.

Diante disso, este estudo propõe-se a analisar a determinação da área de um terreno por meio de dois métodos distintos: o cálculo manual, com base na geometria analítica e no cálculo integral, e o método digital utilizando o Google Earth Pro. Buscase, por meio dessa comparação, verificar a compatibilidade entre os resultados obtidos, discutir as possíveis discrepâncias, avaliar as limitações inerentes a cada técnica e contribuir para a validação do uso de ferramentas digitais como instrumentos confiáveis de apoio às atividades de medição territorial. Assim, pretende-se oferecer subsídios técnicos e científicos que auxiliem na escolha adequada da metodologia a ser empregada em estudos acadêmicos, projetos de engenharia e aplicações práticas ligadas ao uso e à ocupação do solo.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

A análise precisa da área de terrenos, fundamental para estudos de engenharia, planejamento territorial e aplicações práticas no uso e ocupação do solo, fundamenta-se em princípios clássicos da matemática, especialmente no Cálculo e na Geometria Analítica. Como visto na introdução deste artigo, métodos manuais continuam sendo relevantes tanto pela precisão teórica quanto pela capacidade de permitir ao pesquisador compreender profundamente os fundamentos geométricos envolvidos.

Nesse sentido, Flemming (2011), em sua obra “Cálculo A”, apresenta a integral definida como ferramenta básica para a determinação da área sob curvas, demonstrando que a medida de uma região pode ser obtida pela soma limite de retângulos, o que sustenta a confiabilidade dos cálculos manuais. Um fundamento matemático diretamente relacionado ao uso da calculadora científica manual nesta presente pesquisa, que permitiu a execução de operações algébricas e integrais necessárias aos métodos analíticos aplicados.

A partir desse embasamento, compreende-se que os métodos tradicionais de cálculo nem sempre descrevem facilmente regiões delimitadas por contornos irregulares. Assim, a Geometria Analítica nasce como alternativa complementar, permitindo o cálculo de áreas com base nas coordenadas cartesianas obtidas em campo ou de mapas. No artigo “Cálculo de Áreas de Figuras Planas Utilizando a Fundamentação Teórica da Geometria Analítica” essa perspectiva é reforçada ao demonstrar que uma área pode ser determinada por meio de fórmulas específicas, como o método do polígono fechado, utilizado há décadas na topografia. Tal procedimento dialoga novamente com o uso da calculadora científica manual neste estudo, já que a aplicação dessas fórmulas requer precisão computacional nos cálculos intermediários, reforçando a confiabilidade entre teoria matemática e prática operacional citada anteriormente.

Apesar dos métodos analíticos serem consolidados, a modernidade traz agilidade e eficiência no desenvolvimento e a aplicação de métodos numéricos. O artigo “Área de Regiões através do Google Maps Utilizando Polinômio de Newton e Cálculo Integral” nos mostra essa transição que pontos extraídos digitalmente podem ser interpolados por meio do Polinômio de Newton, permitindo que sua integral seja calculada para estimar a área de uma região. Essa abordagem estabelece uma ligação entre os métodos tradicionais e as ferramentas digitais, pois utiliza fundamentos matemáticos clássicos, como os apresentados por Flemming, juntamente com procedimentos computacionais, nesse caso, o Google Maps. No contexto deste trabalho, isso complementa a utilização da calculadora científica manual, já que os cálculos numéricos, mesmo quando feitos de formas digitais, ainda exigem conferência e validação matemática de forma manualmente.

A ligação entre cálculos analíticos, métodos numéricos e medições digitais torna-se ainda mais significativa com o avanço das geotecnologias. O estudo "Viabilidade do Cálculo de Áreas em Estudos Territoriais Aplicado ao Parque da Cidade de Belém–PA–Brasil" demonstra que ferramentas como Google Maps e Google Earth Pro podem alcançar boa precisão nos estudos territoriais, desde que suas limitações sejam compreendidas. Ainda é ressaltado que a resolução das imagens e a qualidade do georreferenciamento influenciam os resultados, mas que a diferença em relação a medições tradicionais costuma ser pequena para áreas amplas e limites nítidos. Isso reforça o que a introdução deste trabalho já havia destacado: A necessidade de comparar métodos manuais (Geometria Analítica e calculadora científica), com métodos digitais (Google Earth Pro) justamente para avaliar a compatibilidade e as possíveis diferenças entre resultados.

Dessa forma, para finalizar, Anton e Rorres (2012), afirmam que os Sistemas Lineares permitem estruturar relações entre variáveis de forma organizada, sendo fundamentais para a aplicação de métodos como a eliminação de Gauss e a representação matricial, utilizados em cálculos computacionais e científicos, como o uso da calculadora científica na resolução das equações e operações algébricas. Assim, demonstra-se que a determinação de uma área não depende de um único método exclusivo, mas da ligação entre diferentes abordagens como os fundamentos matemáticos do cálculo integral, a precisão geométrica das fórmulas analíticas, o suporte algébrico dos sistemas lineares a flexibilidade dos métodos numéricos e a rapidez das ferramentas digitais, que formam um conjunto de técnicas complementares excepcional. Nos estudos consultados é demonstrado que relacionar métodos manuais e digitais é essencial para compreender suas vantagens, limitações e aplicabilidades, especialmente em contextos de engenharia e planejamento territorial conforme também orientam diretrizes técnicas de órgãos oficiais, como o IBGE (2019).

Segundo James Stewart, a integral apresenta-se como uma das ideias centrais do cálculo, ideia que está ligada à noção de acumulação e área. A integral surge a partir do problema de determinar a área sobre o gráfico de uma função, em especial quando essa área não pode ser calculada por formas geométricas simples, como área de quadrados, triângulos, retângulos, entre outros.

Isto está explicado aqui, pois, para que seja possível calcular essa área, é necessário que o intervalo do eixo horizontal seja dividido em subintervalos menores, formando retângulos cuja soma das áreas fornece uma aproximação da área total. À medida que esses subintervalos ficam menores, a soma das áreas dos retângulos se aproxima do valor exato. Esse processo explica o que é conhecido como integral definida, que representa o valor limite dessa soma.

Stewart também explica que a integral definida de uma função representa o resultado final da soma contínua de infinitas parcelas que são infinitamente pequenas, o que permite calcular áreas, volumes, trabalho realizado por uma força, entre muitas outras aplicações matemáticas, físicas e geométricas.

Ademais, Stewart mostra que a integral não está relacionada apenas à área, mas também está relacionada ao processo inverso da derivação. Essa afirmação é comprovada pelo Teorema Fundamental do Cálculo, que estabelece que derivação e integração são operações opostas. Assim, a integral indefinida é apresentada como um conjunto de funções cuja derivada é a função original.

3. METODOLOGIA

Apresenta-se uma pesquisa que se trata de uma análise de natureza qualiquantitativa, realizada por meio de um estudo de caso na Universidade do Estado do Pará, campus XX, Castanhal.

Os materiais utilizados foram: quatro réguas de 30 cm, papéis, canetas, uma calculadora FX-991 da marca Casio, o aplicativo "HiPER" (utilizado também como calculadora), o aplicativo Google Earth para comparar o valor medido manualmente e o obtido por satélite, além de alguns livros de Cálculo e artigos sobre estudo e cálculo de áreas com integrais. O critério de seleção dos livros e artigos baseou-se nos temas: áreas, integrais, polinômios, sistemas, álgebra, geometria e cálculo avançado.

O processo de cálculo manual iniciou-se da seguinte forma: foram impressas quatro fotos da área do shopping, contendo a escala gráfica de 20 m. Nessas imagens, a área foi dividida em duas partes por meio do desenho das coordenadas dos eixos X e Y. No papel, mediu-se com a régua, em centímetros, o valor da escala gráfica, obtendo-se 1,3 cm. Esse valor foi usado como referência para marcar os pontos dos eixos X e Y, que variavam de 20 em 20 m (ou seja, de 1,3 cm em 1,3 cm), como é mostrado na imagem abaixo.

Figura 3- Eixos traçados na imagem

Fonte: Autores

Após isso, conforme definido anteriormente, com as coordenadas desenhadas, foram escolhidos quatro pontos: A, B, C e D. No ponto A, selecionou-se o valor de 100 m no eixo Y, pois ele estava na extremidade da curva da imagem; assim, o valor correspondente no eixo X era 0 m. No ponto B, escolheu-se o valor de 40 m do eixo X. Traçou-se então a reta desse ponto até o final da área de estudo e utilizou-se a régua para medir a distância em centímetros. Esse processo foi repetido nas quatro imagens impressas, obtendo-se quatro valores diferentes em centímetros.

Com isso, foi calculada uma média entre os quatro valores, a fim de se obter uma medida mais precisa, resultando em 10,4 cm. Em seguida, aplicou-se uma regra de três simples para converter o valor para metros, como demonstrado abaixo, obtendo-se assim o valor aproximado de 160 m para o eixo Y.

Ponto A(0, 100)

Ponto B

Valores: $\frac{10,2+10,1+10,7+10,6}{4} \cong 10,4\ cm$

$$1,3\ \text{cm} \longrightarrow 20\ \text{m}$$

$$10,4\ \text{cm} \longrightarrow X$$

$$X = \frac{20 \times 10,4}{1,3} = 160\ m$$

No ponto C, o processo foi repetido. Foi escolhido o valor de 100 m no eixo X e traçada a reta até a extremidade da área estudada, encontrando-se o valor correspondente. Esse processo de medição foi repetido quatro vezes; em seguida, foi calculada a média dos valores, resultando em 14,1 cm. Para a conversão em metros, aplicou-se novamente uma regra de três simples, obtendo-se o valor aproximado de 217 m, conforme mostrado abaixo.

Ponto C

Valores: $\frac{14+14,1+14,1+14,2}{4} \cong 14,1\ cm$

$$1,3\ \text{cm} \longrightarrow 20\ \text{m}$$

$$14,1\ \text{cm} \longrightarrow x$$

$$X = \frac{20 \times 14,1}{1,3} \cong 217\ m$$

No ponto D, foi escolhido o valor de 160 m no eixo X. A reta foi traçada até a extremidade da área e a distância medida com a régua em centímetros. O processo foi repetido quatro vezes e, com os quatro valores obtidos, calculou-se a média, que resultou em aproximadamente 9 cm. Para a transformação em metros, aplicou-se a regra de três simples, encontrando-se o valor aproximado de 138 m, como mostrado abaixo.

Ponto D

$$\text{Valores: } \frac{9+9{,}5+8{,}8+8{,}5}{4} = 9$$

$$1{,}3\ \text{cm} \longrightarrow 20\ \text{m}$$

$$9\ \text{cm} \longrightarrow \text{X}$$

$$X = \frac{20 \times 9}{1{,}3} \cong 138\ m$$

Por fim, com o objetivo de se obter o valor em metros do ponto E, utilizado posteriormente na integral definida, o eixo X foi novamente medido nas quatro imagens. Obtiveram-se quatro valores, cuja média resultou em 13,3 cm. Aplicada a regra de três simples, encontrou-se o valor aproximado de 205 m, conforme mostrado abaixo.

Ponto E

$$\text{Valores: } \frac{13{,}6+13+13+13{,}6}{4} = 13{,}3\ cm$$

$$1{,}3\ \text{cm} \longrightarrow 20\ \text{m}$$

$$13{,}3\ \text{cm} \longrightarrow \text{X}$$

$$X = \frac{20 \times 13{,}3}{1{,}3} \cong 205\ m$$

Após a obtenção dos valores dos pontos A(0, 100), B(40, 160), C(100, 217) e D(160, 138), esses valores foram substituídos na equação $Y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ e resolvido por um sistema de equações que segundo Howard Anton e Chris Rorres, é um conjunto de equações consideradas simultaneamente, no qual se busca determinar os valores das variáveis que satisfazem todas elas ao mesmo tempo.

$$100 = a \times 0^3 + b \times 0^2 + c \times 0 + d$$

d= 100

$$160 = a \times 40^3 + b \times 40^2 + c \times 40 + 100$$

$$217 = a \times 100^3 + b \times 100^2 + c \times 100 + 100$$

$$130 = a \times 160^3 + b \times 160^2 + c \times 160 + 100$$

Em seguida, com a calculadora Casio FX-991, o sistema de equações foi resolvido e encontrados os valores de a, b, c e d, já previamente identificados durante a resolução.

$$40^3a + 40^2b + 40c = 60$$

$$100^3a + 100^2 + 100c = 117$$

$$160^3a + 160^2b + 160c = 38$$

$$a \cong -8{,}3680 \times 10^{-5}$$

$$b \cong 6{,}2152 \times 10^{-3}$$

$$c \cong 1{,}3852$$

$$d = 100$$

Para finalizar o cálculo da área, utilizou-se uma integral definida que segundo James Stewart, está diretamente ligada ao conceito de acumulação e à área sob o gráfico de uma função. Dada uma função contínua f(x) em determinado intervalo, a integral definida representa o limite da soma de áreas de retângulos de base infinitesimal, conhecidos como somas de Riemann. Então, para determinar o valor da metade da área total em metros quadrados. A integral foi calculada de 0 a 205 (valor encontrado para o ponto E), conforme mostrado a seguir.

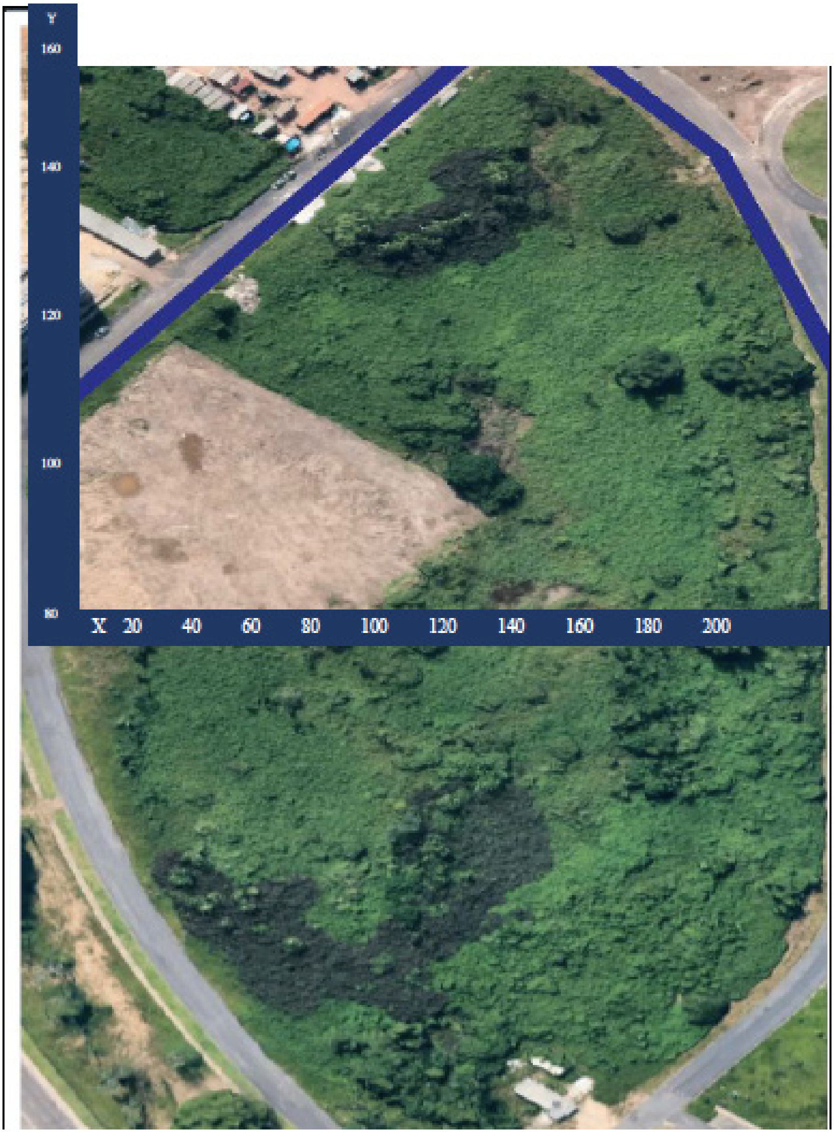
$$\int_0^{205} (ax^3 + bx^2 + cx + d)\, dx$$

$$\int_0^{205} (-8{,}3680 \times 10^{-5} \times x^3 + 6{,}2152 \times 10^{-3} \times x^2 + 1{,}3852x + 100)dx$$

Resultado= 30.507,93156 m^2

Para a outra metade da área, o processo foi repetido. O eixo X foi mantido e um novo eixo Y foi desenhado, novamente marcando-se valores de 20 em 20 m (ou seja, 1,3 cm em 1,3 cm).

Figura 4- Eixos traçados na outra metade da área



Fonte: Autores

No ponto A, escolheu-se o valor de 60 m no eixo Y, por estar na extremidade da área estudada, e o valor correspondente no eixo X passou a ser 0 m. Para o ponto B, escolheu-se 20 m no eixo X. A reta foi traçada até a extremidade da área e a distância foi medida com a régua em centímetros. O processo foi repetido quatro vezes e, com a média dos valores obtidos, encontrou-se 6,5 cm. A regra de três simples foi aplicada, resultando em aproximadamente 100 m, conforme mostrado abaixo. A(0,60) Ponto B

Valores: $\frac{6,4+6,6+6,7+6,4}{4} \cong 6,5\ cm$

1,3 cm $\longrightarrow$ 20 m

6,5 cm $\longrightarrow$ X

$$X = \frac{20 \times 6,5}{1,3} \cong 100\ m$$

No ponto C, escolheu-se o valor de 120 m no eixo X. Novamente a reta foi traçada e a distância medida. O procedimento repetido quatro vezes resultou em uma média de 13,8 cm. Aplicando-se a regra de três simples, obteve-se o valor aproximado de 212 m, conforme é mostrado abaixo.

Ponto C

Valores: $\frac{13,7+13,7+14,6+13,5}{4} \cong 13,8\ cm$

1,3 cm $\longrightarrow$ 20 m

13,8 cm $\longrightarrow$ X

$$X = \frac{20 \times 13,8}{1,3} \cong 212\ m$$

No ponto D, escolheu-se o valor de 200 m no eixo X. A reta foi traçada até a extremidade, mediu-se o valor, repetiu-se o procedimento quatro vezes e calculou-se a média, obtendo-se 7,6 cm. Aplicando a regra de três simples, encontrou-se o valor aproximado de 117 m, conforme mostrado abaixo.

Ponto D

Valores: $\frac{8,5+7+7,7+7,5}{4} \cong 7,6\ cm$

1,3 cm $\longrightarrow$ 20 m

7,6 cm $\longrightarrow$ X

$$x = \frac{20 \times 7,6}{1,3} \cong 117\ m$$

Por fim, para determinar o ponto E, que seria posteriormente utilizado na integral, a distância do eixo X foi medida quatro vezes. A média resultou em aproximadamente 13,4 cm, que, convertidos por meio da regra de três simples, resultaram no valor aproximado de 206 m, conforme mostrado abaixo. Ponto E

Valores: $\frac{13{,}3+13{,}5+13{,}4+13{,}4}{4} \cong 13{,}4\ cm$

1,3 cm $\longrightarrow$ 20 m

13,4 cm $\longrightarrow$ X

$$X = \frac{20 \times 13{,}4}{1{,}3} \cong 206\ m$$

Com os pontos encontrados, A(0, 60), B(20, 100), C(120, 212) e D(200, 117), os valores foram substituídos na equação indicada. Em seguida, aplicou-se um sistema de equações, resolvido com a calculadora Casio FX-991, e foram determinados os valores de a, b, c e d, conforme mostrado anteriormente e apresentados abaixo.

$$60 = a \times 0^3 + b \times 0^2 + c \times 0 + d$$

$$d = 60$$

$$100 = a \times 20^3 + b \times 20^2 + c \times 20 + 60$$

$$212 = a \times 120^3 + b \times 120^2 + c \times 120 + 60$$

$$117 = a \times 200^3 + b \times 200^2 + c \times 200 + 60$$

$$20^3 a + 20^2 b + 20 \times c = 40$$

$$120^3 a + 120^2 b + 120 \times c = 152$$

$$200^3 a + 200^2 b + 200 \times c = 57$$

$$a \cong -2{,}7430 \times 10^{-5}$$

$$b \cong 3{,}4990 \times 10^{-3}$$

$$c \cong 2{,}0808$$

$$d = 60$$

Os valores de a, b, c e d foram encontrados, com eles foram substituídos na mesma equação usada anteriormente na primeira metade.

Com o valor de E igual a 206, calculou-se a integral definida de 0 a 206, com o auxílio da calculadora Casio FX-991 e do aplicativo HiPER essa equação foi resolvida por meio da integral definida. A forma da integral utilizada encontra-se apresentada logo abaixo.

$$\int_{0}^{206} (ax^3 + bx^2 + cx + d)\, dx$$

$$\int_{0}^{206} (-2{,}7430 \times 10^{-5} \times x^3 - 3{,}4930 \times 10^{-3} \times x^2 + 2{,}0808x + 60)dx$$

Resposta: 33.982,94397 m^2

Área total = 30.507,93156 + 33.982,94397 = 64.490,87553 m^2

Ao final, as duas áreas calculadas, ou seja, as duas metades da área total estudada, foram somadas e comparadas com o valor obtido pelo aplicativo "Google Earth Pro", na versão para computador. Para esse cálculo, a área foi localizada, o zoom foi ajustado ao máximo e os pontos ao redor da área foram marcados para determinar sua extensão, e o resultado foi de 64.552,2 m^2, como mostra a imagem abaixo.

Figura 3- Imagem da área calculada no aplicativo Google Earth Pro

Fonte: Autores

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Após a soma dos valores das duas metades da área estudada, encontrou-se o total de 64.490,87553 m^2 para a área específica do Shopping Grão-Pará. Pelo aplicativo de satélite, o valor encontrado foi de 64.552,2 m^2. O cálculo manual durou cerca de 2 horas e 30 minutos, iniciando às 2h45 e finalizando às 5h15 do mesmo dia. Já o cálculo realizado no aplicativo foi feito em 4 de dezembro de 2025, às 8h55, sendo finalizado às 9h07, totalizando 12 minutos.

As tabelas abaixo apresentam a relação dos cálculos e o erro absoluto. Dessa forma, o erro absoluto, isto é, a diferença percentual entre os dois métodos de cálculo, foi de 0,0949%, considerado relativamente baixo, demonstrando a eficiência do cálculo manual.

Erro absoluto	
Manual	64.490,87553 m^2
Aplicativo	64.552,2 m^2
Total =	EA = 61,32447 m^2 EA= Erro absoluto

Erro relativo	
Manual	64.490,87553 m^2
Aplicativo	64.552,2 m^2
Total =	$ER \frac{EA}{Areferência} \frac{61,32447}{64.552,2} = \times 100$ $\cong 0,0949\%$

Dessa forma, os resultados do erro absoluto e o erro relativo são valores relativamente baixos, provando a eficiência do cálculo manual.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com os resultados obtidos ao calcular a área adjacente ao Shopping GrãoPará, observa-se que o presente estudo teve seus objetivos integralmente alcançados. Os resultados obtidos através da aplicação rigorosa do cálculo integral manualmente resultou em 64.490,87553 m^2, enquanto a área calculada por satélite (Google Earth Pro) foi de 64.552,2 m^2, o que mostra um erro percentual mínimo de 0,0949%.

Esses resultados se mostram cruciais para o estudo, pois demonstram que mesmo se utilizando de um processo com medições simples (régua, escalímetro, mapa impresso etc.), a modelagem de áreas complexas por meio de funções polinomiais e Integral Definida provou ser um método de medição altamente preciso, mesmo em um processo que dependeu de medições manuais e de média de valores para a determinação das coordenadas.

Se mostrando ser um dado de altíssima precisão, a pesquisa contribui para diversas áreas, podendo ser crucial para planejamento de projetos, garantindo que expansões se iniciem de forma correta, evitando desperdícios e falhas.

Embora as metodologias matemáticas tenham sido bem-sucedidas, a pesquisa abre espaço para o aprimoramento contínuo da mesma. Sugerimos que estudos futuros explorem a utilização de softwares de modelagem espacial de alto nível, para comparar se haveria uma diminuição ainda maior na margem de erro. Além disso, a implementação de mais pontos de medição nas curvas do terreno podem aperfeiçoar ainda mais o resultado, buscando precisão máxima, assim confirmando o valor das geotecnologias.

REFERÊNCIAS

FLEMMING, Diva Marília; GONÇALVES, Mirian Buss. **Cálculo A**: Funções, limite, derivação e integração. 6. ed. São Paulo: Pearson Education, 2006.

DIAS, Gustavo Nogueira. A utilização da Geometria Analítica na obtenção de grandes áreas. **Research, Society and Development**, v. 11, n. 14, p. e575111436393, 2022. DOI: 10.33448/rsd-v11i14.36393. Disponível em: https://rsdjournal.org/rsd/article/view/36393. Acesso em: 7 dez. 2025.

VOGADO, Gilberto Emanoel Reis; SILVA, Pedro Roberto; DIAS, Gustavo Nogueira. Área de regiões através do Google Maps utilizando polinômio de Newton e cálculo integral. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO (CONEDU), 5., 2018. **Anais** [...]. Campina Grande: Realize Editora, 2018. Disponível em: https://www.editorarealize.com.br/editora/anais/conedu/2018/TRABALHO_EV117_M D 1_SA13_ID11264_17092018155656.pdf. Acesso em: 7 dez. 2025.

OLIVEIRA, Kevin Ramon Nascimento et al. Viabilidade do cálculo de áreas em estudos territoriais aplicado ao Parque da Cidade de Belém Pará - Brasil. **Revista PPC - Políticas Públicas e Cidades**, Curitiba, v. 14, n. 8, p. 01-21, 2025. DOI: 10.23900/2359-1552v14n8-14-2025. Disponível em: https://journalppc.com/RPPC/article/view/2595. Acesso em: 7 dez. 2025.

BRASIL. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Coordenação de Cartografia. **Acesso e uso de dados geoespaciais**. Rio de Janeiro: IBGE, 2019. 139 p.

(Manuais Técnicos em Geociências, n. 13). Disponível em: https://biblioteca.ibge.gov.br/index.php/bibliotecacatalogo?view=detalhes&id=210167 5. Acesso em: 7 dez. 2025.

SARAIVA, Odirley Willians Miranda et al. Integration method of non-elementary exponential functions using iterated Fubinni integrals. **International Journal for Innovation Education and Research**, v. 9, n. 9, 2021. DOI: 10.31686/ijier.vol9.iss9.3248.

ARAUJO, André dos Santos. Cálculo de áreas por meio das integrais definidas e impróprias. 2020. 56 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Licenciatura em Matemática a Distância) – Centro de Ciências Exatas e da Natureza, Universidade Federal da Paraíba, Duas Estradas, PB, 2020.

DIAS, Gustavo Nogueira et al. A utilização do microsoft excel no cálculo de áreas, utilizando o google maps e cálculo integral. **Cuadernos de Educación y Desarrollo**, Portugal, v. 16, n. 2, p. 01-18, 2024. DOI: 10.55905/cuadv16n2-070.

ANTON, Howard; BIVENS, Irl; DAVIS, Stephen. **Cálculo**. Tradução: Claus Ivo Doering. 10. ed. Porto Alegre: Bookman, 2014. v. 1.

ANTON, Howard; RORRES, Chris. Álgebra Linear com Aplicações. 10. ed. Porto Alegre: Bookman, 2012.

STEWART, James. Cálculo. 8. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2017.