



CAPÍTULO 5

ÁREA DE REGIÕES ATRAVÉS DO GOOGLE MAPS UTILIZANDO MICROSOFT EXCEL E CÁLCULO INTEGRAL

Fernando Roberto Braga Colares

<https://orcid.org/0000-0002-7125-9330>
Colégio CESEP, Umarizal, Belém, PA, Brasil

Jamille Carla Oliveira Araújo

<https://orcid.org/0000-0002-2273-2347>
Universidade Rural da Amazônia, Terra Firme, Belém, PA, Brasil.

Pedro Roberto Sousa da Silva

<https://orcid.org/0000-0003-1780-5705>
Escola de Aplicação da UFPA, Terra Firme. Belém, Pará, Brasil

Vitor Paulo Rodrigues Junior

<https://orcid.org/0009-0003-3113-4263>
Colégio Federal Ten. Rêgo Barros, Souza, Belém, PA, Brasil

Henrique Maia Pinheiro

<https://orcid.org/0000-0001-5705-3486>
Instituto Federal do Espírito Santo, Campus Montanha, Montanha, ES, Brasil

lasmin Leticia dos Santos Monteiro

<https://orcid.org/0000-0002-1480-8524>
Colégio Federal Ten. Rêgo Barros, Souza, Belém, PA, Brasil

José Weliton de Oliveira Araújo

Universidade Estadual do Pará
<https://orcid.org/0000-0003-0265-1678>

RESUMO: O presente artigo trata do cálculo de áreas através do google maps, utilizando o terreno do Shopping Grão Pará como um estudo de caso, pois é uma área recentemente construída e vista de cima apresenta um aspecto de várias curvas, já com uma área total calculada em 123.000 metros quadrados. O processo foi realizados printando a tela fornecida pelo google maps a uma altura que proporcione a escala de 1,4 cm na foto correspondendo a uma distância real de 50m. Feito isso são dispostos eixos coordenados cartesianos x e y e a partir daí são plotados os

pontos em duas curvas polinomiais e utilizado os processo mínimo quadrados e integral para calcular a sua área.

PALAVRAS-CHAVE: Google maps; escala; Mínimo Quadrado; Integral.

1 - INTRODUÇÃO

O artigo a seguir refere-se a respeito do cálculo de áreas que possuam regiões de difícil medição pois tem trajetórias curvilíneas, onde a melhor aplicação seria utilizando integral para o cálculo de sua área.

A partir deste propósito apresento a área do Shopping Grão Pará, pois vista de cima conforme a figura 03. Apresenta estas características, onde seus limites são curvilíneos, e sua área já foi calculada e divulgada pelo Jornal Liberal em 22 de fevereiro de 2015 é de 123.000 m², o que foi usado para fazer uma comparação com a metodologia proposta.

As dificuldades em calcular áreas deste tipo de regiões são muito grandes. Pois elas não representam nenhuma figura plana e sim um aspecto curvilíneo que o estudo do cálculo de integrais propões uma resposta.

2 - MICROSOFT EXCEL 2013

O Excel permite, a inserção de dados e gráficos, além do controle e manipulação de cálculos em planilhas criados a partir de dados criados a partir de uma necessidade de expressão e visualização mais esquematizada e voltada para o entendimento imediato. As planilhas podem ser para orçamentos, planejamentos e investimentos futuros e uso com diversos tipos de tabela e controle operacional de caixa, gastos, dividendos e lucros.

Para Batisti, 2018, o Microsoft Excel 2013 é um programa de computador, criado para a manutenção e editoração de planilhas eletrônicas, como também a inclusão de gráficos criados com base nas informações da planilha. Além de todos esses recursos permite também a construção de diversos tipos de tabelas tendo por objetivo o controle total, tanto de despesas, receitas e o caixa da empresa.

O Excel 2013, faz o ajuste de curvas usando o método mínimo quadrados, onde obtém automaticamente a curva com seu ajuste polinomial onde escolhemos o grau interpolador. O Processo dos Mínimos Quadrados tem sua linhagem no desenvolvimento dos valores máximos e mínimos de funções matemáticas. Mais exatamente, na cotação do(s) ponto(s) mínimo(s) de uma função que simula o desvio considerado na interpretação investigada pelo ajuste.

2 - AJUSTE DE CURVAS

Para RUGGIERO (1996), trata-se do modelo, em que o ajuste (ainda linear) dispõe-se a representar um fenômeno em que há mais de uma variável independente envolvida, ou seja, um modelo expresso matematicamente por $y = f(x_1, \dots, x_p)$, $p \geq 2$. Ou ainda, $y = f_1(x_1) + \dots + f_p(x_p)$, $p \geq 2$, onde f_1, \dots, f_p são p funções lineares nas variáveis x_1, \dots, x_p , respectivamente.

O ajuste polinomial, é o tipo de ajuste no qual se busca uma curva associada a um polinômio de grau maior ou igual a dois. Ou seja, a função de ajuste tem a forma

$$f(x) = \alpha_0 + \alpha_1 x + \dots + \alpha_p x^p, p \geq 2 \quad (2.1)$$

O conjunto de equações assim obtidos é um sistema linear de $p + 1$ equações com $p + 1$ incógnitas que, quando solucionado, fornece os parâmetros da função de ajuste. Implicando a notação e escrevendo na forma matricial, temos:

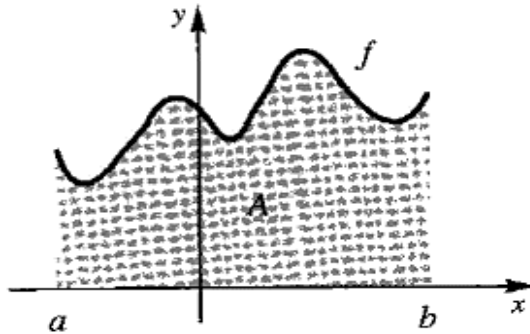
$$\begin{bmatrix} n & \sum x_{1i} & \dots & \sum x_{pi} \\ \sum x_{1i} & \sum x_{1i}x_{1i} & \dots & \sum x_{1i}x_{pi} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum x_{pi} & \sum x_{1i}x_{pi} & \dots & \sum x_{pi}x_{pi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y_i \\ \sum x_{1i}y_i \\ \vdots \\ \sum x_{pi}y_i \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Naturalmente, quanto maior for o número de variáveis independentes citadas no fenômeno, maior será o número de equações a serem resolvidas.

3 – INTEGRAL – CÁLCULO DE ÁREAS

Guidorizzi (2001), seja f contínua em $[a, b]$, com $f(x) \geq 0$ em $[a, b]$. Estamos interessados em definir a área do conjunto A do plano limitado pelas retas $x = a$, $x = b$, $y = 0$ e pelo gráfico $y = f(x)$,

Figura 01: Cálculo da área da região abaixo da curva.

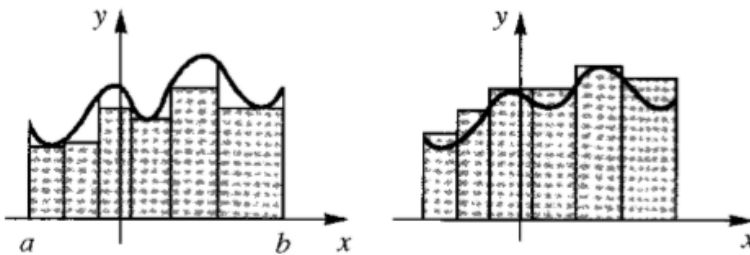


Fonte: Guidorizzi (2001).

Seja, então, $P: a = x_0 < x_1 < x_2 < \dots < x_n = b$ uma partição de $[a, b]$ e sejam \underline{c}_i e \overline{c}_i em $[x_{i-1}, x_i]$ tais que $f(\underline{c}_i)$ é o valor mínimo e $f(\overline{c}_i)$ o valor máximo de f em $[x_{i-1}, x_i]$, uma boa definição de área A deverá implicar que a soma de Riemann $\sum_{i=1}^n f(\underline{c}_i) \Delta x_i$ seja uma aproximação por falta da área A e que $\sum_{i=1}^n f(\overline{c}_i) \Delta x_i$ seja uma aproximação por excesso, isto é:

$$\sum_{i=1}^n f(\underline{c}_i) \Delta x_i \leq \text{área } A \leq \sum_{i=1}^n f(\overline{c}_i) \Delta x_i$$

Figura 02: Cálculo da área da região abaixo da curva.



Fonte: Guidorizzi (2001).

Como as somas de Riemann mencionadas tendem a $\int_a^b f(x) dx$, quando máximo $\Delta x_i \rightarrow 0$, a área será definida por:

$$\text{Área} = A = \int_a^b f(x) dx \quad (3.1)$$

4 – METODOLOGIA

O georreferenciamento foi realizado por meio da Interface de Programação de Aplicativos (API) do Google, acessada com um script programado de georreferenciamento compara os endereços informados com a base do Google Maps, para a captura das coordenadas geográficas. A utilização gratuita permite a requisição diária de até 2.500 pares de coordenadas. *Google maps geocoding* (2016).

O processo de cálculo da área consistiu na marcação de um eixo de coordenadas cartesianas no ponto "O" como marcado na figura 3. Com a escala fornecida no google maps, fazemos a medição com o escalímetro, e percebemos que mede 1,4 cm equivalente a 50 metros na distância real. A seguir marcamos com escalímetro no eixo x e no eixo y distâncias proporcionais a 1,40, correspondendo aos pontos marcados na figura 03 de "0" a 450 metros no eixo x e de "0" a 600 metros no eixo y.

Abaixo segue o mapa visto de cima do shopping Grão Pará, figura 03:

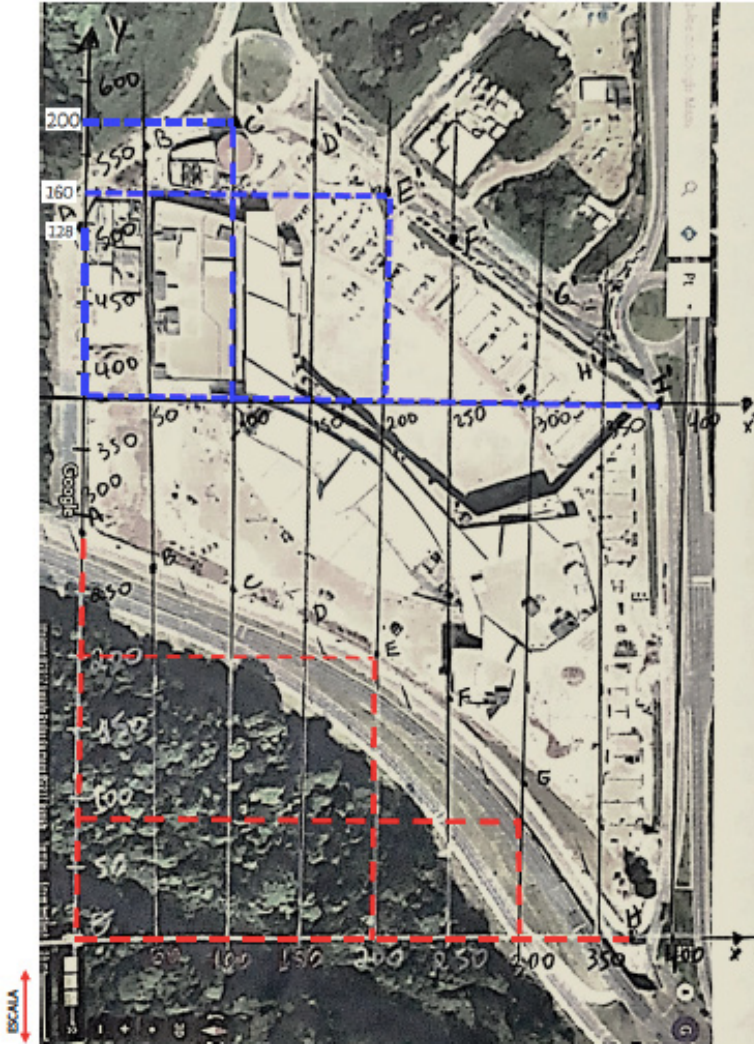


Figura 03: Pontos A,B,C,D,E,F,G,H pontos da 1ª curva. Pontos A',B',C',D',E',F',G',H' e I'. Pontos da 2ª curva. X, 1º eixo horizontal e X' 2º eixo horizontal. A nova origem O', localiza-se no ponto (0, 372).

Na 1ª curva, equivalente ao 4º quadrante, marcamos 8 pontos correspondendo ao “x” de 50 em 50 metros, porém acompanhando a curva não corresponde a exatamente a um ponto exato, onde tem-se que fazer uma proporção para acharmos a ordenada corretamente. Elegemos (04) quatro principais pontos diametralmente opostos, a fim de calcularmos uma polinomial que melhor represente estes dados.

Na 2ª curva, equivalente ao 1º quadrante, marcamos 8 pontos correspondendo ao “x” de 50 em 50 metros, porém acompanhando a curva não corresponde a exatamente a um ponto exato, onde tem-se que fazer uma proporção para acharmos a ordenada corretamente. Elegemos também (04) quatro principais pontos diametralmente opostos, a fim de calcularmos uma polinomial que melhor represente estes dados.

Os pontos escolhidos desta curva são: A(0,270), B (200, 190), C(300, 80) e D(370,0). Tomando por base a equação (2.2), escrevemos a tabela abaixo:

Tabela 01: Lançamento dos dados pelo método de ajuste de curvas, utilizando mínimo quadrados, equação (2.2)

i	x_i	y_i	x_i^2	x_i^3	x_i^4	$x_i y_i$	$x_i^2 y_i$
1	0	270	0	0	0	0	0
2	200	190	$4 \cdot 10^4$	$8 \cdot 10^6$	$16 \cdot 10^8$	38000	$76 \cdot 10^5$
3	300	80	$9 \cdot 10^4$	$27 \cdot 10^6$	$81 \cdot 10^8$	24000	$72 \cdot 10^5$
4	370	0	136.900	$50,653 \cdot 10^6$	$187,4161 \cdot 10^8$	0	0
Σ	870	540	266.900	$85,653 \cdot 10^6$	$284,4161 \cdot 10^8$	62.000	$148 \cdot 10^5$

Inserindo os dados da tabela acima na equação (2.2), obtemos:

$$\begin{bmatrix} 4 & 870 & 266.900 \\ 870 & 266.900 & 85,653 \cdot 10^6 \\ 266.900 & 85,653 \cdot 10^6 & 284,4161 \cdot 10^8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 540 \\ 62.000 \\ 148 \cdot 10^5 \end{bmatrix}$$

Resolvendo o sistema de equações, obtemos:

$\alpha_0=270,6906$, $\alpha_1=-0,0554$ e $\alpha_2=-1,8529 \cdot 10^{-3}$. Substituindo as constantes no modelo da equação (2.1), encontramos a seguinte curva ajustada pelo método mínimo quadrados:

$$y = -1,8529 \cdot 10^{-3} \cdot x^2 - 0,0554 \cdot x + 270,6506$$

Calculando a área pela equação (3.1), obtemos:

$$A = \int_0^{370} (-1,8529 \cdot 10^{-3} \cdot x^2 - 0,0554 \cdot x + 270,6506) dx = 65.078,41 m^2 \quad (4.1)$$

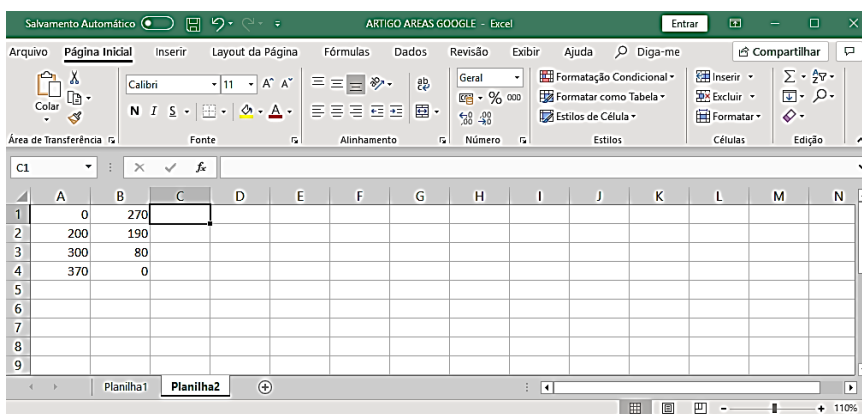
Utilizando o Microsoft Excel 2013, vamos obter a mesma curva, que foi calculada pelo método de Mínimos Quadrados, conforme resultado expresso pela equação (4.1).

Segue abaixo o processo realizado no excel em etapas:

1ª Etapa: Inserção dos pontos na planilha do Excel:

A figura 04, representa o print da inserção dos dados dos pontos plotados na figura 03 e transferidos para a planilha do Microsoft excel.

Figura 04: Print da tela do Microsoft Excel.

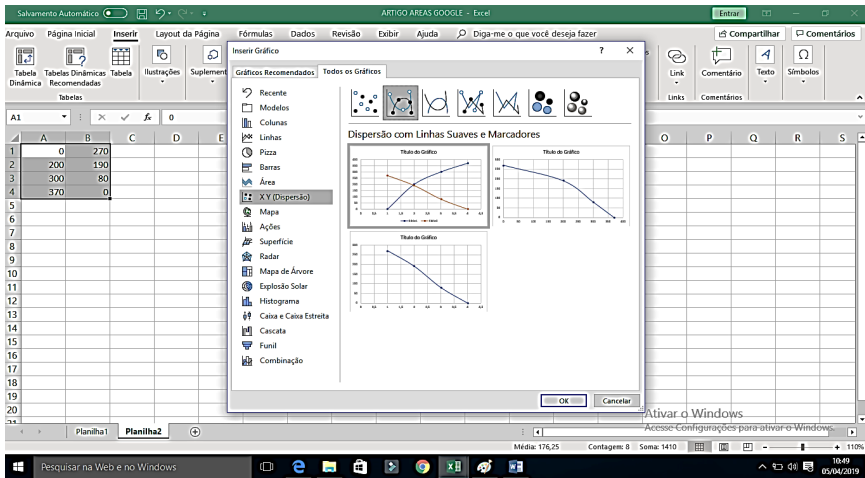


Fonte: Autores

2ª Etapa : Inserção do Modelo de gráfico a ser exposto:

Nesta etapa, figura 05, é feita a escolha da curva que melhor se adequa aos dados previamente selecionados na figura 03. Neste caso foi escolhido o modelo chamado "Dispersão", onde é indicado para o plot de 3 a 5 pontos escolhidos no mapa.

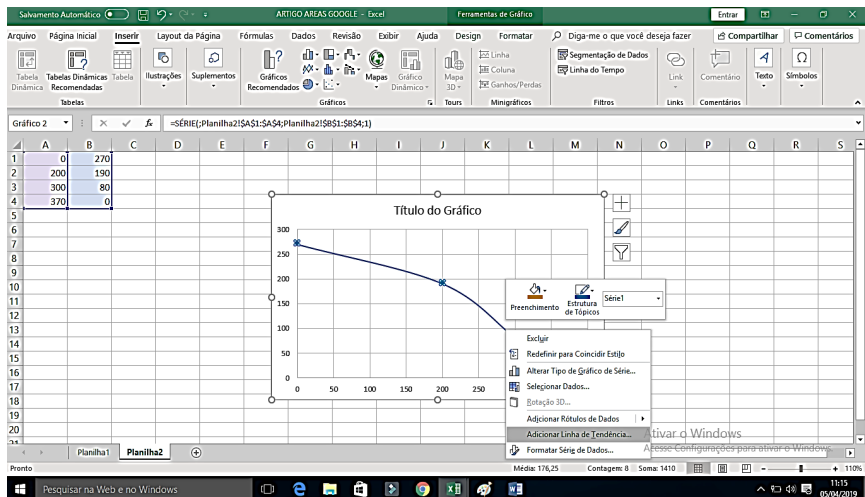
Figura 05: Inserção do modelo de gráfico a ser exposto (Dispersão com linhas Suaves).



Fonte: Autores

3ª Etapa: Seleção da curva

Figura 06: Seleção da curva e a escolha de adicionar linha de tendência aos dados obtidos.



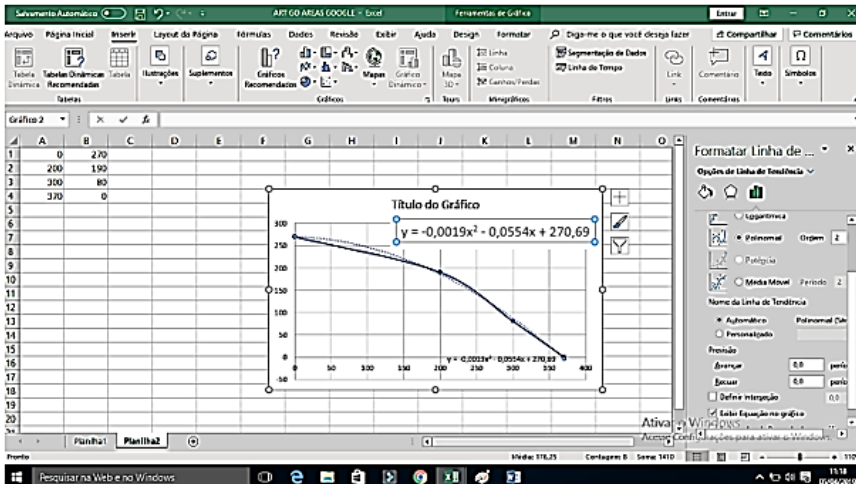
Fonte: Autores

Nesta etapa, figura 06, escolhemos a opção por mostrar a linha de tendência a fim de melhor adequar os dados

4ª Etapa: Escolha do Ajuste Polinomial

Nesta etapa, figura 07, é escolhida a curva de ajuste que mais se adequa a função escolhida. Podemos fazer testes, como mudar o grau da curva, geralmente para 2 ou 3. Especificamente neste caso o grau 2 ficou melhor ajustada.

Figura 07: Escolha do Ajuste Polinomial de grau 2, com a exibição da equação.



Fonte: Autores

Após a exibição das etapas percebemos que a utilização do Microsoft Excel facilita muito a obtenção da função obtida pelo ajuste polinomial, sendo este método considerado eficaz para a obtenção de áreas que são limitadas por curvas, que podem ser ajustadas por uma polinomial.

Calculando a área pela equação fornecida pelo Microsoft Excel, obtemos:

$$A = \int_0^{370} (-0,0019 \cdot x^2 - 0,0554 \cdot x + 270,69) dx = 64.282,93m^2$$

A função polinomial exibida pelo Microsoft Excel apresenta um erro aproximado de 1,2%, sendo portanto considerado totalmente confiável.

Após isso calculamos a área do retângulo formado pelos eixos x , x' e y , cujas coordenadas no eixo " x " é 370 e no eixo " y " é 380, formando um grande retângulo com essas dimensões. Portanto:

$$A = 370 \times 380 = 140.600m^2$$

A área da 1ª região abaixo do eixo x' será dado por:

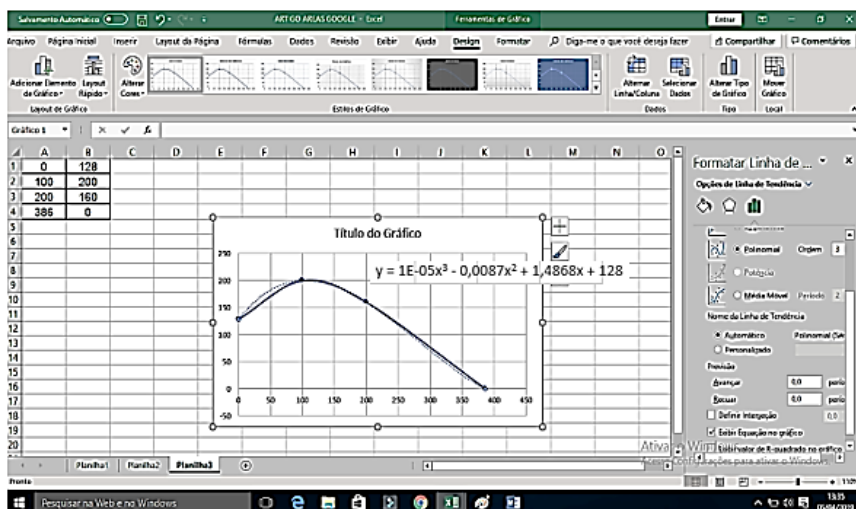
$$A_1 = 140.600 - = 76.317,07 \text{ m}^2$$

Partimos para o cálculo da 2ª polinomial, plotada a partir do eixo x' e a continuação do eixoy. Na 2ª curva marcamos 9 pontos correspondendo ao x' de 50 em 50 metros, porém acompanhando a curva não corresponde a exatamente a um ponto exato, onde tem-se que fazer uma proporção para acharmos a ordenada corretamente.

Esta ordenada é subtraída da nova origem, localizada no ponto $0'$ (0,372). Elegemos (04) quatro principais pontos diametralmente opostos, a fim de calcularmos uma polinomial que melhor represente estes dados. Os pontos escolhidos são:

$A'(0, 128)$, $C'(100,200)$, $E'(200, 160)$ e $I'(386,0)$. Tomando por base a equação (2.2), escrevemos a tabela no Microsoft Excel, e utilizamos as mesmas etapas anteriores, porém o ajuste da curva ficou melhor estruturado para o grau (03), três, pelo visual exibido no programa. A curva de grau 3, ficou mais próxima da realidade do que a de grau 2. A escolha é feita por tentativa. Aquela em que a linha de tendência esteja mais próxima da curva plotada inicialmente é a que vamos utilizar. Conforme figura 08, abaixo:

Figura 08: Print da tela do Microsoft Excel, com dados da 2ª curva.



Fonte: Autores

A função exibida pelo Excel é a seguinte:

$$y = -0,00001x^3 - 0,0087x^2 + 1,4868x + 128$$

Calculando a área pela equação fornecida pelo Microsoft Excel, obtemos:

$$A = \int_0^{386} (0,00001 \cdot x^3 - 0,0087 \cdot x^2 + 1,4868x + 128) dx = 48.885,02 \text{ m}^2$$

Portanto para demonstrar a área total do shopping basta somar a área resultante do 1º cálculo com a obtida acima:

$$A_{\text{SHOPPING}} = A_1 + A_2 = 76.317 \text{ m}^2 + 48.885,02 \text{ m}^2 = 125.202,02 \text{ m}^2$$

Observamos que a área calculada pelo Microsoft Excel e o método de mínimos quadrados, praticamente não houve diferenças, apenas no arredondamento efetuado pelo excel, apresentando um resultado satisfatório bem próximo do valor real de 123.000m², representando um erro menor que 1%.

REFERÊNCIAS

BATISTI, J.: Excel 2013. Básico e Intermediário. Através de Exemplos Práticos e Úteis. Passo a Passo, Ed. Instituto Alpha, 2018.

BARROSO, L.C. Cálculo Numérico com Aplicações, 2ª Edição, Ed. Harbra, 1987.

GUIDORIZZI, H. L. Um Curso de Cálculo, Vol. I, 5ª Edição, Ed. LTC, 2001.

GOOGLE MAPS. Disponível em <www.google.com.br> Acesso em 27 de abr. de 2017.

GOOGLE. *Google maps geocoding API* [Internet]. 2016 [citado 2019 abr 11]. Disponível em: [https:// developers.google.com/maps/documentation/ geocoding/](https://developers.google.com/maps/documentation/geocoding/)

O LIBERAL, Jornal. Belém, 22 de fev. 2015, Mercado, p.1

RUGGIERO, M.; LOPES, V. Cálculo Numérico: Aspectos Teóricos e Computacionais. São Paulo-SP: Makron Books, 1996.