



## CAPÍTULO 6

# CÁLCULO DE ÁREAS IRREGULARES COM USO DE INTEGRAIS: UMA APLICAÇÃO NO LIXÃO DO AURÁ

**José Vinícius Pereira Andrade**

<https://orcid.org/0009-0003-0405-3628>

Bacharelado em engenharia de produção na Universidade estadual do Pará (UEPA)

**Mayra Lorrane Lima da Silva**

<https://orcid.org/0009-0005-2859-4757>

Bacharelado em engenharia de produção na Universidade estadual do Pará (UEPA)

**Paulo Victor dos Santos Paz**

<https://orcid.org/0009-0001-9548-572X>

Bacharelado em engenharia de produção na Universidade estadual do Pará (UEPA)

**Tereza Vitória Santos Barbosa**

<https://orcid.org/0009-0004-2225-1959>

Bacharelado em engenharia de produção na Universidade estadual do Pará (UEPA)

**Renato de Lima Alves**

<https://orcid.org/0009-0003-1749-182X>

Colégio Federal Ten. Rêgo Barros, Souza, Belém, PA, Brasil

**Inoani Lima Bezerra**

<https://orcid.org/0009-0006-8088-1857>

Colégio Federal Ten. Rêgo Barros, Souza, Belém, PA, Brasil

**Liege Cristina Miranda da Silva Silva**

<https://orcid.org/0000-0002-6511-4434>

Colégio Federal Ten. Rêgo Barros, Souza, Belém, PA, Brasil

**Maria Thayane da Silva Mendonça**

<https://orcid.org/0000-0001-6504-247X>

Colégio Federal Ten. Rêgo Barros, Souza, Belém, PA, Brasil

**Herson Oliveira da Rocha**

<https://orcid.org/0000-0002-2494-6277>

Universidade Federal Rural, Parauapebas, PA, Brasil

**Antônio Fábio Malcher Figueiredo**

<https://orcid.org/0009-0005-2682-9102>

Colégio Federal Ten. Rêgo Barros, Souza, Belém, PA, Brasil

**RESUMO:** O presente artigo utiliza ferramentas que possuem inúmeras aplicações na matemática, essas ferramentas são conhecidas como integral, e seu uso para o cálculo de áreas abaixo de campos curvilíneos. Esta pesquisa tem como foco o cálculo da área de um antigo aterro sanitário (lixão do Aurá) situado na cidade de Belém. A abordagem realizada tem como natureza quali-quantitativa e é definida como um estudo de caso. O método manual consiste em aplicar o teorema fundamental do cálculo, como é definido no referencial teórico (referência do teorema). Para a demarcação feita na imagem, foi realizada uma conversão de escalas, cada 1.75 centímetros equivalem a 20 metros reais da área da figura. Feito isso, essa escala nos possibilitou realizar a marcação das coordenadas nos eixos cartesianos  $(x;y)$ . O método apresenta a divisão em três subáreas e o resultado da soma de todas as áreas possui um total de 30.153,86 m<sup>2</sup>. Os resultados obtidos reforçam a importância da aplicação de métodos matemáticos no apoio à análise territorial e ambiental, sobretudo em áreas degradadas e de difícil mensuração direta.

**PALAVRAS-CHAVE:** Lixão. Cálculo. Integral. Áreas.

## 1. INTRODUÇÃO

O artigo a seguir tem como objetivo realizar o cálculo da área do Lixão Aura, utilizando métodos matemáticos que possam representar regiões com limites irregulares. A precisão deste estudo surge das dificuldades em medir áreas que apresentam formas geométricas não definidas. Dessa forma, este artigo científico busca demonstrar uma metodologia precisa e acessível para determinar áreas complexas a partir de imagens obtidas pelo Google Maps.

Diante disso, o Lixão Aura, alvo deste estudo, caracteriza-se por ter sido construído sem o devido planejamento, fruto do acúmulo contínuo e desordenado de resíduos sólidos ao longo dos anos. O processo em questão resulta em um espaço localizado em uma área imprópria e sensível para o descarte de resíduos. A inexistência de controle formal durante a expansão do lixão contribui para que sua estrutura adquirisse formas irregulares. Destaca-se a necessidade de análise mais detalhada.

Segundo a matéria divulgada pelo G1 (2025), o Lixão do Aurá continua apresentando problemas ambientais e sanitários mesmo depois da sua desativação oficial em 2015. Relatos indicam que a área ainda recebe descarte inadequado de resíduos hospitalares e domésticos em locais sem autorização, o que eleva o risco de contaminação da água, solo e saúde pública. Além disso, episódios recorrentes de

queimaduras liberam fumaças que alcança bairros próximos, causando complicações para a população local e evidenciando que a área permanece ativa e sem controle.

Portanto, este artigo tem uma preocupação ambiental e urbana de entender a verdadeira dimensão da área ocupada pelo lixão, associando isso a aplicação prática de métodos matemáticos avançados. Ao articular o contexto do problema e uma metodologia rigorosa, busca-se não somente calcular sua área, mas também destacar a importância do uso de tecnologias e cálculos precisos para orientar ações de planejamento, gestão e avaliação de impacto em regiões degradadas.

## 2. REFERENCIAL TEÓRICO

### 2.1 GEOINFORMAÇÃO E ACERCA DOS ATERROS E LIXÕES

As informações sobre a distribuição geográfica de recursos, propriedades e animais sempre foi uma parte importante das atividades das sociedades organizadas. Até recentemente, isto era feito apenas em documentos e mapas em papel, o que impedia uma análise que combinasse diversos mapas e dados. Com o desenvolvimento da tecnologia e a matemática, tornou-se possível armazenar e trabalhar com estes dados de forma eficiente.

Ademais, a utilização do Sistema de Informação Geográfica (SIG) consegue delimitar áreas tecnicamente impróprias para localização do aterro sanitário, reduzindo em mais de 95% a área do território a ser estudada com mais profundidade. Apesar dos avanços legais nos últimos 20 anos, o Brasil não tem conseguido obter retorno e melhorias sobre a Gestão do “lixo” muito em razão das disparidades socioeconômicas, regionais e das suas dimensões continentais. Com isso, é possível compreender a relevância de calcular com precisão a área ocupada pelos aterros e lixões.

### 2.2 SOBRE O LIXO E O LIXÃO DO AURÁ.

Os resíduos sólidos são gerados desde a origem do homem na terra. A natureza sempre degradou esses resíduos, porém, a partir da Revolução Industrial as quantidades foram se alterando, bem como suas características químicas, físicas e biológicas. Devido ao constante crescimento populacional e incentivo ao consumo, a geração desses detritos se intensificou ainda mais. O problema é que a capacidade de degradação pela natureza permaneceu a mesma (ALBERTIN et al, 2010).

Seguindo com a ideia, Belém é a cidade mais populosa do estado do Pará e sua expansão desordenada torna a cidade vulnerável às alterações e ao crescimento populacional, o que causa constante pressão degradadora no espaço geográfico.

Desse modo, o lixão do Aurá, que existe a cerca de 20 anos e recebe por dia quase duas mil toneladas de resíduos não só de Belém, mas também dos municípios de Ananindeua, Marituba, Santa Bárbara, Santa Isabel e Benevides, ao funcionar sem atender as regras de proteção ao meio ambiente, a atividade gera inúmeros impactos ambientais, além de afetar a vida das pessoas que moram na região. A seguir uma imagem da visão geral do lixão postada em 2021.

Figura 1- visão geral do lixão do Aurá



Fonte: jornal do trem & folha do ônibus, 2021.

## 2.2.1 CONTAMINAÇÃO AMBIENTAL CAUSADA PELO LIXÃO DO AURÁ

O Brasil nunca tratou o resíduo sólido com a importância que deveria, sendo que o depósito sempre foi feito se utilizando de medidas mais econômicas possíveis, ou seja, as que mais degradam o ambiente, os famosos lixões. O lixão do Aurá era considerado o segundo maior do país, estando em suas duas décadas de funcionamento proporcionando danos irreparáveis ao meio ambiente. (FURTADO, 2014).

A contaminação ambiental no Lixão do Aurá constitui um dos principais problemas socioambientais da Região Metropolitana de Belém. Durante décadas, o local recebeu diariamente grandes volumes de resíduos domésticos, hospitalares e comerciais sem qualquer controle técnico, resultando na formação de um passivo ambiental de longa duração. O lixão foi construído sem o devido planejamento, em área próxima ao que mais tarde se tornaria uma reserva ambiental, provocou a contaminação do Rio que abastece a cidade. A ausência de impermeabilização do solo permitiu que o chorume infiltrasse diretamente no terreno, alcançando o lençol freático e comprometendo a qualidade da água subterrânea utilizada pelas

comunidades próximas. Essa infiltração altera características do solo, como pH e condutividade elétrica, favorecendo o acúmulo de metais pesados e substâncias tóxicas que podem permanecer no ambiente por muitos anos.

Além da contaminação hídrica e do solo, o lixão também contribui para a poluição atmosférica devido à liberação de gases provenientes da decomposição dos resíduos orgânicos, sobretudo o metano ( $\text{CH}_4$ ), que possui elevado potencial de aquecimento global. Cenários frequentes de incêndios, identificados mesmo após a desativação oficial do local, intensificam a emissão de fumaça tóxica, causando problemas respiratórios e desconforto aos moradores das áreas vizinhas. Relatórios e vistorias recentes mostram que, apesar do encerramento formal das atividades, o Aurá ainda recebe descartes irregulares, o que mantém ativos os processos de degradação e contaminação.

Essa realidade evidencia que o Lixão do Aurá não representa apenas um problema histórico, mas um impacto ambiental que continua presente. A contaminação persistente mostra a necessidade urgente de ações de monitoramento, remediação do solo, tratamento das águas subterrâneas e medidas de contenção do avanço dos resíduos. Assim, compreender a dinâmica da poluição no Aurá é fundamental para orientar políticas públicas de recuperação da área e para evitar a continuidade dos danos ambientais e sociais associados ao antigo lixão.

## 2.3 HISTÓRICO DO CÁLCULO E APLICAÇÃO DE INTEGRAIS EM CÁLCULO DE ÁREAS.

As primeiras ideias de cálculo surgiram no Egito e na Babilônia, enquanto egípcios utilizavam um sistema mais simples de notação para registro de atividades econômicas, os babilônios desenvolviam métodos mais avançados de para a solução de problemas de geometria e aritmética. Porém, foi com os gregos que a matemática recebeu caráter científico.

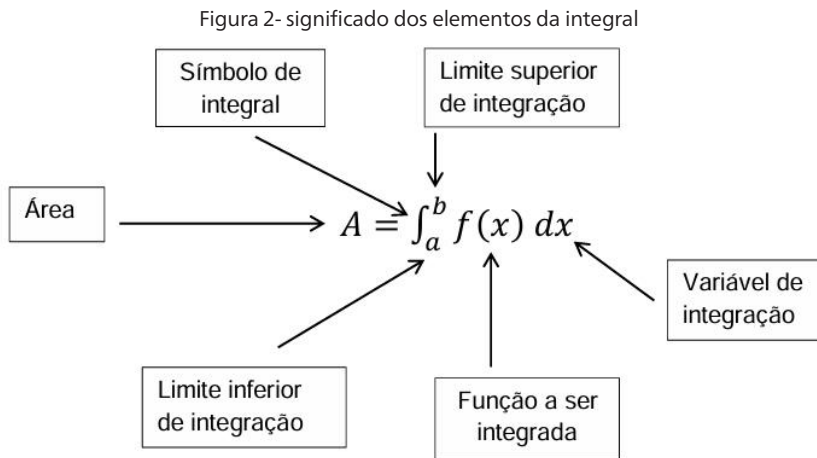
Um dos maiores matemáticos e filósofos gregos: Arquimedes, em uma de suas grandes contribuições, foi um impulsionador do domínio do cálculo integral, sobre áreas, figuras planas e volume de corpos sólidos. O estudo da determinação de áreas de regiões planas com contornos curvilíneos por meio das integrais revelou a relevância do Cálculo Integral sobretudo para as aplicações de natureza geométrica. O cálculo é tido como a mais importante e poderosa ferramenta matemática desenvolvida, com aplicações em quase todas as áreas científicas. Dessa maneira, é viável visualizar a aplicação do uso de integrais nos cálculos de áreas.

### 2.3.1 TEOREMA FUNDAMENTAL DO CÁLCULO

O Teorema Fundamental do Cálculo, facilita o cálculo de integrais reduzindo-o ao cálculo de primitivas, isto é, a antiderivação. Vale ressaltar que a integral definida não depende do conceito de área para ser eficaz, a integral definida é um valor, e suas aplicações se estende a incontáveis problemas, em sua maioria, práticos.

Os matemáticos usavam restrições para calcular a área de uma forma com contorno curvo. Newton e Leibniz mostraram que o resultado poderia ser obtido mais facilmente usando integrais. Isso porque se o valor pode ser calculado como exaustão, também pode ser calculado como antiderivada. “Este importante resultado é chamado de Teorema Fundamental do Cálculo.” (PIEHOWIAK, 2011, p. 191).

Abaixo será possível visualizar uma imagem explicativa sobre os elementos da integral.



Fonte: André dos Santos Araújo (2020)

Um importante resultado que nos permite calcular integrais definidas pode ser enunciado como se segue.

Teorema 1. Se  $f$  é contínua em  $[a, b]$  e  $F: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  uma função contínua tal que  $F'(x) = f(x)$  para todo  $x \in (a, b)$ , então

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$$

Uma função  $F$  como acima é chamada de **primitiva** de  $f$  em  $[a, b]$ . O teorema diz que, para calcular a integral de uma função, é suficiente conhecermos uma primitiva desta função.

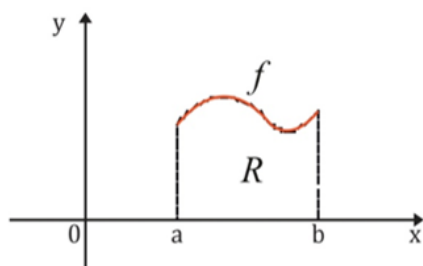
Isto estabelece uma relação interessante entre o processo de integração e o de derivação. O primeiro, que foi motivado aqui pelo cálculo de áreas, já era essencialmente conhecido pelos matemáticos gregos da antiguidade. Naquele tempo, calculavam áreas e volumes usando um processo de aproximação que ficou conhecido como Método da Exaustão. Por outro lado, as ideias básicas do processo de derivação já apareciam no século XIV, no contexto de dinâmica. Apesar do método ser muito útil para efetuar o cálculo das integrais, a sua importância histórica está no fato de que até os dias de hoje ele se faz presente nas táticas de estudo de áreas.

### 2.3.2 CÁLCULO DE ÁREA ABAIXO DE GRÁFICOS DE FUNÇÕES

Seja  $f$  uma função contínua definida em um intervalo  $[a, b]$  com  $f(x) \geq 0$  para todo  $x \in [a, b]$ . A área da região  $R$  abaixo do gráfico de  $f$  limitada pelo eixo das abscissas e pelas retas  $x = a$  e  $x = b$  como é demonstrado abaixo.

Figura 3- região abaixo da curva  $y = f(x)$  e limitada pelo eixo  $x$ .

Figura 3- região abaixo da curva  $y = f(x)$  e limitada pelo eixo  $x$ .



a área da região  $R$  é dada pela integral definida de  $f$  de  $a$  até  $b$ , isto é:

$$A(R) = \int_a^b f(x) dx \quad (1.2)$$

Fonte: Jackson Jonas Silva Costa (2018)

Esse procedimento fundamenta-se no Teorema Fundamental do Cálculo, que garante que a área de uma região abaixo de uma curva pode ser expressa pela integral definida de  $a$  até  $b$ , no intervalo definido. Portanto, essa foi a definição que norteou os cálculos de áreas que serão apresentados na metodologia.

### 2.3.3 SISTEMA DE EQUACOES LINEARES

A metodologia adotada na etapa dos cálculos deste artigo baseia-se na resolução de sistemas de equações lineares, etapa essencial para a obtenção dos coeficientes das funções polinomiais de terceiro grau que descrevem as curvas sobre as áreas analisadas. Dentro desse contexto, é válido ressaltar que a resolução de problemas envolvendo sistemas de equações lineares acompanha a história da matemática desde as civilizações antigas, nas quais já se buscava determinar valores desconhecidos a partir de relações numéricas conhecidas. Ao longo do tempo, esses métodos foram sendo aperfeiçoados, passando de técnicas intuitivas para procedimentos algébricos mais estruturados, com notações e conceitos sendo refinados e formalizados ao longo do tempo. Esse desenvolvimento histórico e conceitual, consolidou os sistemas de equações como uma ferramenta fundamental para a resolução de problemas matemáticos e para a modelagem de situações reais.

Com o avanço dessa ferramenta matemática, surgiu a necessidade de resolver sistemas de equações de forma mais eficiente, o que impulsionou o surgimento de conceitos como determinantes e, posteriormente, matrizes, que hoje constituem a base da álgebra linear. Assim, os sistemas de equações lineares tornaram-se essenciais para a determinação de incógnitas em diferentes contextos matemáticos. No presente trabalho, essa fundamentação justifica o uso de sistemas para a determinação dos coeficientes das funções polinomiais de terceiro grau, o que garante rigor matemático no processo de modelagem das funções que sustentam a etapa de integração empregada no cálculo das áreas em estudo.

Com base nessa fundamentação histórica, torna-se necessário apresentar o conceito formal de sistema de equações lineares. Essa definição é essencial, pois o procedimento adotado neste trabalho baseia-se justamente na resolução de sistemas formados a partir das equações associadas aos pontos utilizados na modelagem das funções.

#### Sistema de Equações Lineares

Denomina-se sistema de equações lineares, a um conjunto (S) de duas ou mais equações lineares. Pode-se representar um sistema de m equações lineares nas n incógnitas  $(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$  de  $i^{\text{a}}$  da seguinte forma:

$$(S) \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \dots + a_{3n}x_n = b_3 \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

Em que:

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  são as incógnitas;

$a_{ij}$  são os coeficientes das incógnitas, com  $1 \leq i \leq m$  e  $1 \leq j \leq n$ ;

$b_i$  são os coeficientes das incógnitas, com  $1 \leq i \leq m$ .

O sistema linear acima é conhecido por sistema linear  $m$  por  $n$  e se indica por  $m \times n$ .

A representação apresentada evidencia que um sistema linear pode ser entendido como um conjunto organizado de equações, envolvendo múltiplas incógnitas e coeficientes. Esse conceito fundamenta o método utilizado neste trabalho, no qual a determinação dos coeficientes das funções cúbicas foi realizada por meio da resolução de sistemas lineares, com o auxílio de ferramentas digitais, garantindo precisão e consistência nos resultados obtidos.

### 3 METODOLOGIA

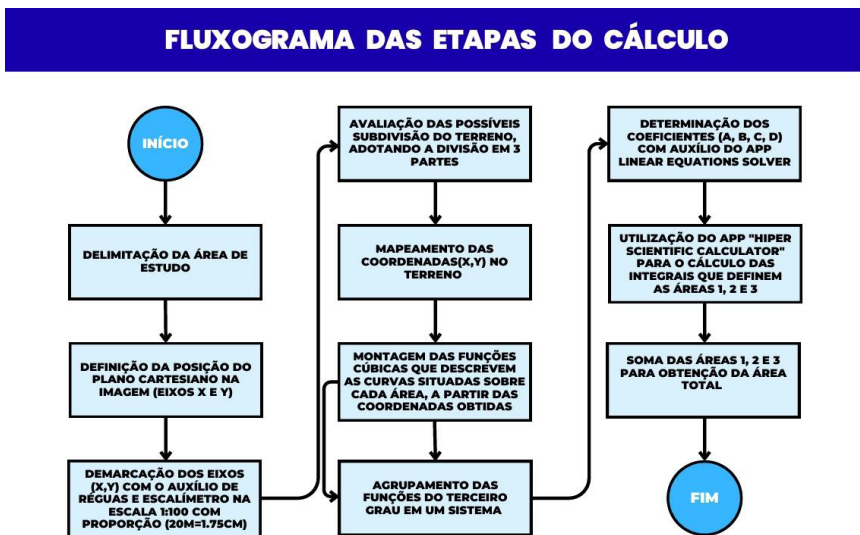
O trabalho a seguir apresenta a área contaminada do antigo Lixão do Aurá, desativado em 2015. A pesquisa realizada possui abordagem metodológica que contempla o objetivo, os métodos utilizados e suas etapas, caracterizando-se como de natureza qualitativa e quantitativa, uma vez que foram analisados dados e coletadas informações para a medição da área do antigo lixão.

A partir de uma imagem obtida no Google Maps, o objetivo principal é calcular a área do antigo aterro sanitário do Aurá por meio do método manual, com o auxílio de régua, escalímetro, lápis e canetas coloridas. Para isso, dividimos a área em três subáreas, foram demarcados os eixos e os pontos principais necessários para o cálculo da área contaminada.

A pesquisa busca apresentar a maior precisão possível, levando em consideração que podem ocorrer erros, como falhas nos cálculos, variação na escala do instrumento (escalímetro) e imprecisões na demarcação da área.

### 3.1 ETAPAS DO MÉTODO DE PESQUISA

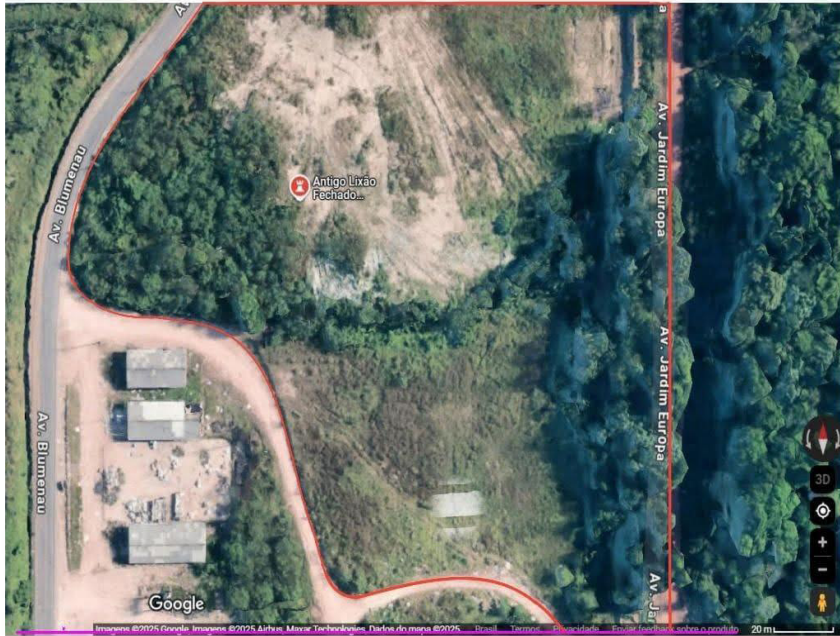
Figura I: Fluxograma do processo de cálculo.



Fonte: Autores.

O fluxograma Figura I apresenta, de forma organizada, as etapas para o cálculo da área de um terreno dividido em três partes. Primeiro, realiza-se a delimitação da área e a definição do plano cartesiano com base na escala utilizada. Depois, são mapeadas as coordenadas e construídas as funções cúbicas que representam cada subdivisão. Essas funções são reunidas em um sistema, cujos coeficientes são determinados com auxílio de aplicativos específicos. Por fim, calculam-se as integrais e somam-se as áreas para obter o valor total.

Figura II: Mostra a área delimitada para ser calculada



Fonte: Google Maps

Como mostra a figura I, primeiro delimitamos a área que está sendo pesquisada como mostra na (Figura II) imagem obtida do Google Maps. A mesma (Figura I), com escala de 20 m ou 1,75 cm no escalímetro nos possibilitou calcular a área desejada. No método manual a imagem foi impressa com escala definida, a partir dessa delimitação, começamos a calcular.

### 3.2 ÁREA DE ESTUDO

A área pesquisada (Figura II) corresponde a um antigo aterro sanitário, mas conhecido como lixão do Aurá, fechado definitivamente em 2015. A delimitação foi feita com base na capacidade visual dos autores, respeitados os elementos indicados na plataforma.

### 3.3 MEDIÇÕES E DELIMITAÇÕES DAS ÁREAS

O método manual consiste em usar a escala de 20 metros, equivalente a 1.75 centímetros no escalímetro nos possibilitando fazer a conversão e chegar próximo às dimensões do tamanho real da área.

Figura 4- medida em centímetros da escala da imagem no escalímetro (escala 1:100)



Fonte: autores.

### 3.4 MEDIÇÃO COM O ESCALÍMETRO

Para calcular a área usando o método manual, foi adotado o uso de ferramentas como escalímetro e régua. Em uma folha A4 foi impresso a imagem retirada do Google Maps, com a aplicação dessa ferramenta dividimos a (Figura II) em três subáreas, com uma escala proporcional a 1.75 centímetros = 20 metros como mostra a (Figura III).

Figura III: Mostra a área dividida em três subáreas



Fonte: Google Maps

## DEMARCAÇÃO DOS EIXOS.



### 3.5 DADOS PARA OS CÁLCULOS DAS SUBÁREAS (A1, A2 E A3)

Antes da apresentação dos dados e cálculos, é importante destacar que todos os valores utilizados neste estudo foram obtidos a partir de medições realizadas diretamente sobre a representação da área disponível no material impresso, elaborada em escala. Para garantir precisão, adotou-se a proporção de 20 metros, correspondendo a 1.75 centímetros. A partir dessa proporção, foi possível fazer medições para as marcações efetuadas nos eixos cartesianos por meio de régua e escalímetro com conferências repetidas, o que possibilitou a localização dos pontos que serviram de base para a modelagem matemática e para os procedimentos de integração apresentados nas etapas seguintes.

## A1

A partir da divisão em três subáreas, começamos a calcular a área 1, com a definição dos pontos (0, 20,0; 40,0; e 60,0) no eixo X, a parti desses pontos definidos, com o auxílio da calculadora científica (Cássio fx-991ES PLUS), escalímetro e régua, calculamos os pontos no eixo Y(35,4; 114,3; 123,4 e 128,0)

Figura IV: Mostra a área 1 que foi calculada



Fonte: Google Maps

### 3.6 CÁLCULO DA ÁREA 01

I) Para representar a curva situada sobre a área 01, optou-se por utilizar funções polinomiais de terceira ordem, dadas por

$$Y = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

sendo a, b, c, d coeficientes, com a  $\neq 0$  e "d" o termo independente.

II) Em seguida, foram definidos os pontos a serem utilizados na modelagem da função, pois cada coordenada medida gera uma equação que garante que a função cúbica se ajuste exatamente aos valores medidos na curva.

$$\begin{array}{l} A_1(0; 35, 4) \\ B_1(20; 114, 3) \\ C_1(40; 123, 4) \\ D_1(60; 128) \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{I) } 35, 4 = a(0)^3 + b(0)^2 + c(0) + d \\ \text{II) } 114, 3 = a(20)^3 + b(20)^2 + c(20) + d \\ \text{III) } 123, 4 = a(40)^3 + b(40)^2 + c(40) + d \\ \text{IV) } 128 = a(60)^3 + b(60)^2 + c(60) + d \end{array} \right.$$

III) Com o sistema montado, utilizou-se o aplicativo "Linear Equations Solver" (disponível na playstore, versão 11.2.8) para resolver o sistema de equações simultaneamente e determinar os coeficientes a, b, c e d, que representam a curva formada pelas coordenadas medidas, obtendo:

$$a = 1.3604 \times 10^{-3}; b = -0.1689; c = 6.7783; d = 35, 4.$$

IV) Após determinar os coeficientes, foi possível montar a função do terceiro grau representam a curva sobre a área 01 que está definida em um intervalo de 0 a 60 com base nas medições, obtendo:

$$. Y = 1.3604 \cdot 10^{-3} \cdot x^3 - 0.1689 \cdot x^2 + 6.7783 \cdot x + 35, 4$$

V) Tendo a função e conhecendo o intervalo em que ela está definida, montou-se a integral definida que calcula a área sob a curva dentro desse intervalo, obtendo:

$$A_1 = \int_0^{60} (1.3604 \cdot 10^{-3} \cdot x^3 - 0.1689 \cdot x^2 + 6.7783 \cdot x + 35, 4) dx$$

VI) Com a integral definida montada, utilizou-se o aplicativo "Hiper Scientific Calculator" (disponível na playstore, versão não informada) para efetuar o cálculo, obtendo o valor numérico da área correspondente a:

$$A_1 = 6.571.836 \text{ m}^2$$

Tabela 1. Mostra o resultado do cálculo da área 1.

Integral que descreve a área 01	Resultado
$A_1 = \int_0^{60} (1.3604 \cdot 10^{-3} \cdot x^3 - 0.1689 \cdot x^2 + 6.7783 \cdot x + 35,4) dx$	6.571.836 m <sup>2</sup>

Fonte: Autores

## A2.

Usando o mesmo método que foi utilizado na área 1. dividimos e delimitamos os pontos no eixo X e no eixo Y. Pontos do eixo X (60,0; 80,0; 100,0 e 140,0) determinados a partir da escala aplicada de 1,75 a cada 20 metros, com auxílio da calculadora científica (Cássio fx-991ES PLUS), determinamos os pontos do eixo Y (128,0; 137,1; 195,4 e 196,6)

Figura V: Mostra a área 2 que foi calculada.



Fonte: Google Maps

### 3.7 APLICANDO O CÁLCULO DA ÁREA 2

I) Assim como foi na área 01, adotou-se novamente a função polinomial de terceiro grau para representar a curva situada sobre a área 02

$$Y = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

II) Seguindo o mesmo procedimento aplicado na área 01, as coordenadas da curva sobre a área desta região foram utilizadas para estruturar o sistema necessário para determinar os coeficientes a, b, c e d da função do terceiro grau no aplicativo "Linear Equations Solver". Obtendo, portanto:

$$\left. \begin{array}{l} A_2(60; 128) \\ B_2(80, 137, 1) \\ C_2(100, 195, 4) \\ D_2(140, 196, 6) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{I) } 128 = a(60)^3 + b(60)^2 + c(60) + d \\ \text{II) } 137, 1 = a(80)^3 + b(80)^2 + c(80) + d \\ \text{III) } 195, 4 = a(100)^3 + b(100)^2 + c(100) + d \\ \text{IV) } 196, 6 = a(140)^3 + b(140)^2 + c(140) + d \end{array}$$

O sistema formado foi resolvido no aplicativo, obtendo os seguintes coeficientes.

$$a = -1.3697 \times 10^{-3}; b = 0.3903; c = -33.9071; d = 1053.4$$

III) Com os coeficientes definidos, foi possível montar a função cúbica que descreve o comportamento da curva sobre a área 02 no intervalo medido, conforme o método já estabelecido na área 01. Obtendo:

$$\therefore Y = -1.3697 \times 10^{-3}x^3 + 0.3903 \cdot x^2 - 33.9071 \cdot x + 1053.4$$

IV) A partir dessa função, montou-se a integral definida correspondente ao intervalo da área 02. Obtendo, portanto um integral igual a:

$$A_2 = \int_{60}^{140} (-1.3697 \times 10^{-3}x^3 + 0.3903 \cdot x^2 - 33.9071 \cdot x + 1053.4) dx$$

V) Assim como realizado anteriormente, o cálculo da integral referente à área 02 foi executado no aplicativo Hiper Scientific Calculator, resultando em uma área sob a curva igual a:

$$A_2 = 14.799.84 \text{ m}^2$$

Tabela 2: Mostra o resultado dos cálculos da área

Integral que descreve a área 02	Resultado
$A_2 = \int_{60}^{140} (-1.3697 \times 10^{-3}x^3 + 0.3903 \cdot x^2 - 33.9071 \cdot x + 1053.4) dx$	6.571.836 m <sup>2</sup>

Fonte: Autores

### A3.

Aplicando o método que foi utilizado na área 1 e na área 2, delimitamos o ponto do eixo X e do eixo Y. Pontos do eixo X (140,0; 160,0; 180,0; 189,7) determinados a partir da escala aplicada de 1.75 centímetros a cada 20 metros, e com auxílio da calculadora científica (Cássio fx-991ES PLUS), determinamos os pontos do eixo Y (196,6; 180,6; 164,6; 156,6).

Figura VI: mostra a área 3 que foi calculada.



Fonte: Google Maps

### 3.8 CÁLCULO DA ÁREA 3

I) Assim como nas etapas anteriores, a curva sobre a área 03 também foi modelada por meio de uma função polinomial do terceiro grau, a partir das coordenadas medidas. Até aqui, o uso de funções de terceira ordem continua sendo adequado, pois permite modelar com precisão as variações e inclinação de uma curva, diferentemente de funções lineares ou funções quadráticas que descrevem apenas linhas retas e parábolas. Portanto, seguindo com as funções de terceira ordem e as coordenadas correspondente a curva sobre a área 03, obtemos:

$$\begin{array}{l} A_3(140; 196, 6) \\ B_3(160; 180, 6) \\ C_3(180; 164, 6) \\ D_3(189, 7; 156, 6) \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{I) } 196, 6 = a(140)^3 + b(140)^2 + c(140) + d \\ \text{II) } 180, 6 = a(160)^3 + b(160)^2 + c(160) + d \\ \text{III) } 164, 6 = a(180)^3 + b(180)^2 + c(180) + d \\ \text{IV) } 156, 6 = a(189, 7)^3 + b(189, 7)^2 + c(189, 7) + d \end{array} \right.$$

II) Tal como nas áreas anteriores, usamos o aplicativo “Linear Equations Solver” para calcular os coeficientes do sistema acima obtendo:

$$a = -1.6762 \times 10^{-5}; b = 8.0457 \times 10^{-3}; c = -2.0806; d = 376.1845$$

III) Com esses coeficientes, montamos a seguinte função do terceiro grau:

$$Y = -1.6762 \times 10^{-5} \cdot x^3 + 8.0457 \times 10^{-3} \cdot x^2 - 2.0806 \cdot x + 376.1845$$

IV) A partir dessa função, montamos a integral definida que descreve a área em baixo da curva no intervalo medido na área 03. Chegando na seguinte integral definida:

$$A_3 = \int_{140}^{189.7} (-1.6762 \times 10^{-5} \cdot x^3 + 8.0457 \times 10^{-3} \cdot x^2 - 2.0806 \cdot x + 376.1845) dx$$

V) Aplicando o mesmo procedimento utilizado no cálculo das integrais das áreas 1 e 2, novamente executado por meio do aplicativo “Hyper Scientific Calculator”, obteve-se o valor correspondente à área 03, resultando em

$$A_3 = 8782.07184 \text{ m}^2$$

Tabela 3: Mostra o resultado dos cálculos da área 1, 2 e 3.

Integral que descreve a área 03	Resultado
$A_3 = \int_{140}^{189.7} (-1.6762 \times 10^{-5} \cdot x^3 + 8.0457 \times 10^{-3} \cdot x^2 - 2.0806 \cdot x + 376.1845) dx$	8.782,07184 m <sup>2</sup>

Fonte: Autores

## 4. MÉTODO DE CONFIRMAÇÃO POR SOFTWARE

A confirmação obtida por meio de softwares é fundamental para alcançar maior precisão nos resultados da pesquisa. Diante disso, foi utilizado o aplicativo Google Earth, que possibilitou a determinação da dimensão real da área do lixão, conforme apresentado nas Figuras 5 e 6.

Figura 5



Fonte: Google Earth

Figura 6



Fonte: Google Earth

## 5. RESULTADO E DISCUSSÃO

A análise realizada nos permitiu calcular a área do antigo aterro sanitário, conhecido como Lixão do Aurá, e confirmou que o método de determinação de áreas por meio de integrais é eficaz, proporcionando uma avaliação mais precisa do local. Esse procedimento matemático não apenas evidenciou a importância da matemática na solução de problemas reais, como também contribuiu para a compreensão mais detalhada da área contaminada.

Tabela 4: Mostra o resultado da área total calculada a mão e pelo Google Earth.

Métodos	Total
Cálculo a mão	30.153,86 m <sup>2</sup>
Google Earth	30.122,99 m <sup>2</sup>

Fonte: Autores.

## 5.1 CALCULANDO O ERRO

Erro absoluto.

O erro absoluto é a diferença entre os resultados dos valores do cálculo a mão e do Google Earth.

$$|30.156,86 - 30.122,$$

$$99| = 30,87 \text{ m}^2$$

Ou seja, a diferença entre os métodos foi de  $30,87 \text{ m}^2$ .

Erro relativo.

O erro relativo é o erro absoluto dividido pelo valor do Google Earth.

$$30,87 \div 30.122,99 = 0,001025$$

Convertendo para porcentagem.

$$0,001025 \times 100 = 0,1025\%$$

Tabela 5: Mostra os resultados do erro absoluto e relativo.

Erro absoluto	30,87 m <sup>2</sup>
Erro relativo	0,1025%

Fonte: Autores

## 5.2 EXPLICAÇÃO DOS TIPOS DE ERRO

O erro absoluto representa a diferença direta entre o valor calculado manualmente e o valor obtido por um método considerado mais preciso ou de referência. Nesse estudo, ele indica o quanto as áreas são diferentes em termos reais de medida.

Já o erro relativo permite avaliar essa diferença de forma proporcional ao valor real, tornando possível comparar a precisão do cálculo independentemente da escala do problema. Quando expresso em porcentagem, o erro relativo facilita a interpretação do quão significativo é o erro em relação ao tamanho da área analisada.

## 5.3 IMPORTÂNCIA DO CÁLCULO DO ERRO

Calcular o erro absoluto e relativo é fundamental para avaliar a precisão dos resultados obtidos. No presente estudo, o erro percentual de aproximadamente 0,1025% indica que o cálculo manual apresentou alta precisão quando comparado ao valor fornecido pelo Google Earth. Esse tipo de análise é essencial para validar métodos matemáticos aplicados a problemas reais, além de permitir identificar possíveis limitações, fontes de imprecisão e oportunidades de aprimoramento.

## 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em resumo, este artigo teve como objetivo calcular a área do lixão do Aurá para compreender a dimensão do terreno contaminado, ressaltando a importância do uso de ferramentas matemáticas, especialmente o cálculo de áreas por meio de integrais. Ao longo da pesquisa, constatou-se que os métodos matemáticos são eficientes e aplicáveis a diversas áreas do conhecimento humano, evidenciando que tais ferramentas são fundamentais para o nosso cotidiano.

Os resultados obtidos, foram confirmados por meio de software, o Google Earth nos possibilitou confirmar o cálculo manual, nós dando uma precisão maior. A soma dos três cálculos de áreas foi de 30.153,86 m<sup>2</sup> Tabela 4, já no aplicativo a área foi de 30.122,99 m<sup>2</sup>, o que nos permitiu obter a dimensão total da área demarcada na Figura 1. Contudo, é importante reconhecer que este estudo ainda pode ser aprimorado, especialmente no aperfeiçoamento da aplicação dessas ferramentas para alcançar maior precisão.

Dessa forma, conclui-se que a área calculada, embora apresente limitações, como possíveis imprecisões nas medidas ou erros visuais na demarcação manual do terreno, oferece uma estimativa relevante para a compreensão da extensão da área estudada. Estes resultados ainda que sejam aproximados mostram a eficiência das ferramentas matemáticas. Assim, espera-se que este estudo contribua para novas pesquisas, incentivando a aplicação desses métodos e reafirmando a importância da matemática no cálculo de áreas por meio de integrais.

## REFERÊNCIAS

ALVES, Jose Max De Souza. **Uma breve história do cálculo diferencial e integral contribuições de newton e leibniz**. Anais IX CONEDU.. Campina Grande: Realize Editora, 2023.

ARAÚJO, André dos Santos. **Cálculo de áreas por meio das integrais definidas e impróprias**. 2020, 57 f. Trabalho de conclusão de curso (licenciatura em matemática a distância). Universidade federal da paraíba, Duas estradas- PB, 2020.

CÂMARA, Gilberto; DAVIS, Clodoveu; MONTEIRO, Antônio. **Introdução à ciência da geoinformação**. São José dos Campos. Instituto nacional de pesquisas espaciais, 2001.

CARRILHO, Atlanta N.; CÂNDIDO, Humberto G.; SOUZA, Amilton. **Geoprocessamento aplicado na seleção de áreas para a implantação de aterro sanitário no município de Conceição das Alagoas (MG)**. Engenharia sanitária e ambiental. Conceição das alagoas- Minas Gerais. V. 23, páginas 201-206, jan/fev 2018.

COSTA, Jackson Jonas Silva. **Cálculo I**. Mossoró- RN, EduFERSA, 2013.

de Sousa, Fabio & Sabino, Elizabeth & Sabino, Elizete. **ABORDAGEM HISTÓRICA E CONCEITUAL SOBRE OS SISTEMAS DE EQUAÇÕES LINEARES E SUA RELAÇÃO COM MATRIZES E DETERMINANTES**. jornada de estudos em matemática(JEM III). Marabá, 2021.

**EASY EQUATIONS**. Versão 11.2.8. Aplicativo móvel. Disponível em: <https://play.google.com/store/apps/details?id=com.kasun.easyequations>.

**G1. Vistoria encontra lixo orgânico, acúmulo em caminhões e falhas operacionais em centro de resíduos no Aurá**. G1, 11 jun. 2025. Disponível em: <https://g1.globo.com/para/noticia/2025/06/11/vistoria-encontra-lixo-organico-acumulo-em-caminhoes-e-falhas-operacionais-em-centro-de-residuos-no-aura.ghtml>. Acesso em: 04 dez. 2025.

**HIPER SCIENTIFIC CALCULATOR**. Versão 11.2.9. Aplicativo móvel. Disponível em: <https://play.google.com/store/apps/details?id=cz.hipercalc>

LOBATO, Camila C. S.; TAVARES, Lígia. Problemas causados pelo lixão do Aurá. In: **Congresso norte nordeste de pesquisa e inovação (CONNEPI)**. VII, 2012, Tocantins (palmas). Páginas 1-4

OLIVEIRA, Gleidson José Dumont. **A utilização do cálculo diferencial e integral para estender os cálculos de áreas de figuras planas e comprimentos de curvas no plano**, 2013. 96 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 2013.