



C A P Í T U L O 4

APLICAÇÃO DO CÁLCULO NA DETERMINAÇÃO DA ÁREA ÚTIL DA REGIÃO DA UFPA SUJEITA À EROÇÃO FLUVIAL

Isabele de Nazaré Santana Pessoa

Graduanda em Engenharia de Produção na Universidade do Estado do Pará (UEPA)

Manuely de Jesus Sodré Barbosa

Graduanda em Engenharia de Produção na Universidade do Estado do Pará (UEPA)

Ricardo Samuel Ribeiro Sousa

Graduando em Engenharia de Produção na Universidade do Estado do Pará (UEPA)

Yara Nascimento Raiol

Graduanda em Engenharia de Produção na Universidade do Estado do Pará (UEPA)

Antônio Fábio Malcher Figueiredo

<https://orcid.org/0009-0005-2682-9102>

Colégio Federal Ten. Rêgo Barros, Souza, Belém, PA, Brasil

Renato de Lima Alves

<https://orcid.org/0009-0003-1749-182X>

Colégio Federal Ten. Rêgo Barros, Souza, Belém, PA, Brasil

Renato de Andrade Afonso

<https://orcid.org/0009-0007-4716-9451>

Colégio Federal Ten. Rêgo Barros, Souza, Belém, PA, Brasil

Alessandra Epifanio Rodrigues

Universidade Federal Rural da Amazônia, Belém, PA, Brasil

<https://orcid.org/0000-0002-8375-2923>

Vanessa Mayara Souza Pamplona

<https://orcid.org/0000-0002-2461-2103>

Universidade Federal Rural da Amazônia, Belém, PA, Brasil.

Inoani Lima Bezerra

<https://orcid.org/0009-0006-8088-1857>

Colégio Federal Ten. Rêgo Barros, Souza, Belém, PA, Brasil

RESUMO: O presente artigo trata da determinação da área útil remanescente na região da Universidade Federal do Pará, localizada as margens do Rio Guamá que tem sido progressivamente afetada pela erosão fluvial, essas transformações impactam diretamente a estabilidade do terreno e levantam questionamentos quanto a viabilidade de uso de determinadas porções da área. Diante desse contexto, a pesquisa justifica-se pela necessidade de estimar, de maneira técnica e fundamentada, o território que permanece apto para uso após intervenções ambientais. O objetivo do estudo consiste em determinar a extensão da área potencialmente utilizável por meio da aplicação de conceitos do cálculo integral, considerando a geometria irregular da região analisada. Para tanto, utilizou-se uma imagem digital da área da UFPA extraída do Google Earth, a partir dessa imagem, foram definidos pontos estratégicos que permitiram a delimitação da forma geométrica aproximada da região analisada, fundamentando-se na modelagem geométrica do território e na aplicação de conceitos matemáticos.

PALAVRAS-CHAVE: Cálculo Integral. Erosão fluvial. Região da UFPA. Cálculo de áreas.

1 INTRODUÇÃO

O cálculo preciso da extensão superficial de uma região é um elemento essencial para o desenvolvimento de estudos técnicos, acadêmicos e científicos, uma vez que subsidia análises espaciais, dimensionamento de projetos, organização de layouts físicos e avaliação da viabilidade de uso do espaço. Nesse contexto, o estudo de métodos matemáticos capazes de lidar com regiões de contorno irregular assume papel relevante, sobretudo quando se trata de superfícies que não podem ser descritas por formas geométricas simples. A utilização desses métodos favorece não apenas a obtenção de resultados numéricos, mas também o desenvolvimento da capacidade de análise e interpretação matemática de situações reais.

Com o avanço das tecnologias digitais e a popularização de plataformas de mapeamento online, novas possibilidades surgiram para a obtenção de dados espaciais. Ferramentas como o Google Earth permitem o acesso a imagens de satélite que retratam, com elevado nível de detalhe, diferentes regiões geográficas. Essas imagens passaram a ser utilizadas como base para estudos que envolvem análise espacial, delimitação de áreas e construção de modelos geométricos, especialmente em contextos nos quais a realização de medições diretas em campo é inviável ou pouco prática. Quando utilizadas de forma criteriosa, tais ferramentas oferecem suporte à modelagem matemática de regiões reais, servindo como ponto de partida para aplicações analíticas mais aprofundadas.

Nesse cenário, a integração entre recursos digitais de mapeamento e métodos matemáticos tradicionais torna-se uma estratégia relevante para o estudo de áreas

irregulares. A utilização de imagens digitais como base para a definição de regiões de interesse permite identificar limites, curvaturas e características geométricas que podem ser traduzidas em modelos matemáticos. A partir dessa modelagem, o cálculo integral pode ser aplicado de forma sistemática, possibilitando a estimativa da área da região analisada com rigor teórico e coerência metodológica. Essa combinação favorece tanto a precisão dos resultados quanto a compreensão do processo de cálculo envolvido.

A Universidade Federal do Pará (UFPA), apresenta em seu território áreas com contornos, características que tornam a aplicação de métodos tradicionais de mensuração mais complexa. A presença de curvaturas naturais e limites não lineares exige uma abordagem matemática capaz de representar adequadamente a forma da região estudada. Nesse sentido, a escolha do cálculo integral como ferramenta principal de análise mostra-se adequada, uma vez que permite lidar com a irregularidade geométrica de maneira consistente e fundamentada.

Ao adotar essa abordagem, o estudo busca evidenciar a aplicabilidade do cálculo integral na resolução de problemas que envolvem áreas irregulares, demonstrando sua relevância tanto do ponto de vista teórico quanto prático. Além disso, pretende-se contribuir para a compreensão de como ferramentas digitais de mapeamento podem ser integradas a métodos matemáticos, ampliando as possibilidades de análise espacial em estudos acadêmicos. Dessa forma, o trabalho insere-se no contexto da matemática aplicada, reforçando a importância do cálculo como instrumento para a análise e a interpretação de situações reais que demandam precisão e rigor metodológico.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

A mensuração de áreas planas constitui um tema recorrente na matemática aplicada, sendo abordada a partir de diferentes perspectivas conforme a complexidade da região analisada. Em situações em que os limites da área apresentam irregularidades ou curvaturas, métodos geométricos elementares tornam-se insuficientes, exigindo abordagens fundamentadas em conceitos mais avançados da matemática. Nesse contexto, o cálculo integral surge como um dos principais instrumentos teóricos para a determinação rigorosa de áreas delimitadas por funções contínuas.

Segundo a literatura clássica do cálculo, a integral definida está associada ao processo de soma de infinitas parcelas de largura infinitesimal, permitindo a obtenção da medida exata de uma região no plano. Esse conceito fundamenta o cálculo de áreas sob curvas e entre funções, sendo amplamente utilizado em aplicações que envolvem modelagem matemática de superfícies. A confiabilidade desse método decorre de sua base teórica sólida, que possibilita a representação analítica de regiões complexas por meio de expressões matemáticas bem definidas.

A geometria analítica complementa esse processo ao permitir a descrição de regiões planas a partir de sistemas de coordenadas cartesianas. Por meio da definição de pontos, retas e curvas no plano, torna-se possível traduzir configurações espaciais reais em modelos matemáticos passíveis de tratamento algébrico. Essa abordagem é particularmente útil na delimitação de áreas que podem ser aproximadas por segmentos lineares e curvas suaves, favorecendo a construção de funções representativas da região analisada.

Além dos métodos analíticos tradicionais, a literatura recente evidencia o uso crescente de métodos numéricos aplicados à determinação de áreas. Tais métodos baseiam-se na aproximação da região por meio de subdivisões ou interpolação de pontos, permitindo estimativas satisfatórias mesmo quando a obtenção de uma função analítica exata se mostra inviável. Essa abordagem amplia as possibilidades de aplicação do cálculo em situações reais, especialmente quando se trabalha com dados obtidos a partir de medições indiretas.

O desenvolvimento das geotecnologias contribuiu significativamente para a obtenção de dados espaciais utilizados na mensuração de áreas. Ferramentas de mapeamento digital, como plataformas de imagens de satélite, permitem a visualização detalhada de regiões geográficas e a extração de coordenadas que podem ser utilizadas na modelagem matemática. Estudos indicam que, quando empregados de forma criteriosa, esses recursos podem oferecer resultados compatíveis com métodos tradicionais, desde que suas limitações técnicas sejam consideradas.

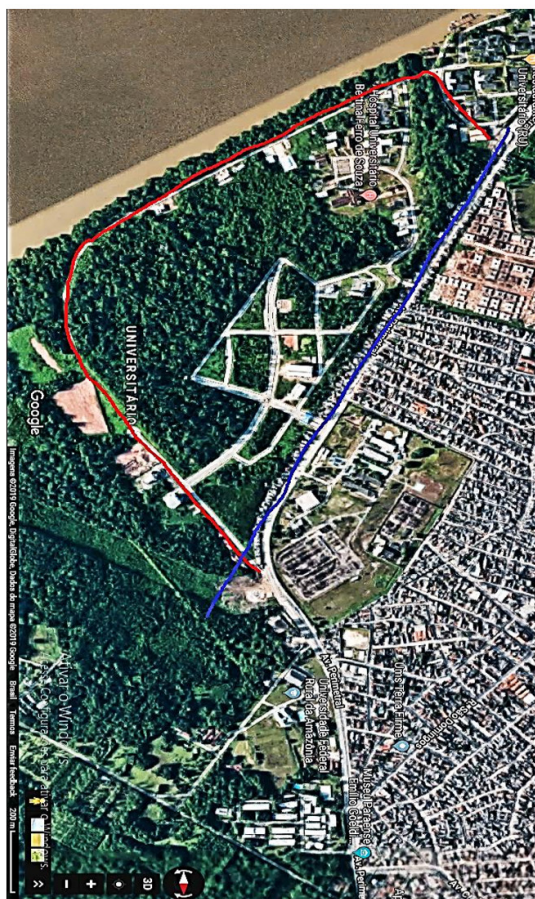
Entre os fatores que influenciam a precisão das medições digitais destacam-se a resolução das imagens, a qualidade do georreferenciamento e a definição adequada dos limites da região analisada. A literatura aponta que a interpretação inadequada desses elementos pode gerar discrepâncias nos resultados, reforçando a necessidade de validação matemática dos dados obtidos digitalmente. Dessa forma, o uso de ferramentas computacionais deve ser compreendido como suporte ao processo analítico, e não como substituto do rigor matemático. Essa abordagem híbrida permite explorar as vantagens de cada técnica, conciliando precisão teórica, flexibilidade metodológica e praticidade operacional. Assim, o cálculo de áreas deixa de ser um procedimento isolado e passa a ser compreendido como um processo que envolve modelagem, análise crítica dos dados e interpretação dos resultados.

Diante desses fundamentos teóricos, observa-se que a determinação de áreas em contextos reais exige o domínio de conceitos matemáticos aliados a capacidade de interpretar dados espaciais. O referencial teórico apresentado sustenta a metodologia adotada neste trabalho, ao evidenciar que a aplicação integrada de diferentes abordagens matemáticas constitui um caminho consistente para a análise de regiões com geometria irregular, como aquelas estudadas neste artigo.

3 METODOLOGIA

O cálculo da área foi realizado a partir da análise de uma imagem de satélite da região da Universidade Federal do Pará (UFPA), obtida por meio do Google Earth, considerando a área delimitada próxima ao Rio Guamá. Inicialmente, foi definido um sistema de coordenadas cartesianas, adotando-se um ponto de referência como origem, conforme indicado na imagem analisada. A posição da origem foi definida de forma estratégica, com o objetivo de facilitar a divisão da área em partes e o ajuste das curvas que delimitam a região de interesse.

Figura 1 – Imagem de satélite da região da Universidade Federal do Pará (UFPA) próxima ao Rio Guamá.



Fonte: Google Maps, Disponível em < <https://www.google.com.br/earth/index.html> >

Com base na escala fornecida pelo Google Earth, realizou-se a conversão das medidas do mapa para as distâncias reais. A partir dessa escala, utilizaram-se régua e escalímetro para marcar distâncias proporcionais nos eixos e, possibilitando a construção de um plano cartesiano com valores reais expressos em metros. Os eixos foram marcados em intervalos regulares de 200 metros no eixo, alcançando valores de até 600 metros, e valores compatíveis no eixo, de acordo com o contorno da área estudada.

Figura 2 – Delimitação da área de estudo e definição do sistema de coordenadas cartesianas na região



Fonte: Google Maps, Disponível em < <https://www.google.com.br/earth/index.html>>

Em seguida, foram selecionados pontos significativos ao longo do limite da área, identificados como , , e , cujas coordenadas foram determinadas a partir das medições realizadas na imagem de satélite. Esses pontos representam a variação da borda da área ao longo do eixo e foram utilizados para a construção de funções polinomiais de terceiro grau, descritas pela expressão:

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

Os coeficientes do polinômio foram determinados por meio da substituição das coordenadas dos pontos escolhidos na equação da função, originando um sistema de equações lineares. A resolução desse sistema possibilitou a obtenção de uma função que melhor representa a curva que delimita a área analisada em cada trecho considerado.

Após a determinação das funções polinomiais correspondentes às curvas da região, procedeu-se ao cálculo da área por meio do conceito de integral definida. A integral foi calculada no intervalo correspondente ao domínio considerado no eixo , representando a distância horizontal real da área analisada.

Parte 1

Foram considerados os seguintes pontos:

$$A(0, 853), B(200, 800), C(400, 600), D(600, 200)$$

Função:

$$y = ax^3 + bx^2 + cx + d$$

Substituições:

$$853 = d \quad 800 = a \cdot 200^3 + b \cdot 200^2 + c \cdot 200 + 853 \quad 600 = a \cdot 400^3 + b \cdot 400^2 + c \cdot 400 + 853 \quad 200 = a \cdot 600^3 + b \cdot 600^2 + c \cdot 600 + 853$$

Coeficientes encontrados:

$$a = -1,1 \times 10^{-6} \quad b = -1,175 \times 10^{-3} \quad c = 0,0142 \quad d = 853$$

Função final:

$$y = -1,1 \times 10^{-6} x^3 - 1,175 \times 10^{-3} x^2 + 0,0142x + 853$$

Integral:

$$\int_0^{642} (-1,1 \times 10^{-6} x^3 - 1,175 \times 10^{-3} x^2 + 0,0142x + 853) dx$$

Resultado:

$$400\,196\,m^2$$

Parte 2

Para o segundo trecho, foram adotados os seguintes pontos:

$$A(0, 736), B(200, 368), C(400, 578), D(600, 400)$$

Substituições:

$$736 = d368 - 736 = a \cdot 200^3 + b \cdot 200^2 + c \cdot 200578 - 736 = a \cdot 400^3 + b \cdot 400^2 + c \cdot 400400 - 736 = a \cdot 600^3 + b \cdot 600^2 + c \cdot 600$$

Coefficientes encontrados:

$$a = -2 \times 10^{-5} \quad b = 0,0193c = -4,895d = 736$$

Função final:

$$y = -2 \times 10^{-5} x^3 + 0,0193x^2 - 4,895x + 736$$

Integral:

$$\int_0^{642} (-2 \times 10^{-5} x^3 + 0,0193x^2 - 4,895x + 736) dx$$

Resultado:

$$316664$$

Por fim, os resultados obtidos foram analisados considerando possíveis aproximações decorrentes da leitura da imagem de satélite, da escolha dos pontos e do ajuste polinomial. Apesar dessas limitações, o método empregado permite uma estimativa satisfatória da área útil da região da Universidade Federal do Pará, possibilitando sua análise para fins de planejamento ambiental, urbano e sanitário.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O desenvolvimento deste trabalho permitiu demonstrar a aplicabilidade do cálculo integral como ferramenta matemática eficaz para a determinação da área útil de regiões com contornos irregulares, a partir da modelagem geométrica de dados espaciais obtidos por imagens de satélite. A utilização de um sistema de coordenadas cartesianas, aliado à definição de funções polinomiais ajustadas aos limites da área analisada, possibilitou a construção de um procedimento coerente e

fundamentado para a estimativa da superfície estudada na região da Universidade Federal do Pará. Do ponto de vista acadêmico, o estudo reforça a importância da matemática aplicada na formação em engenharia, ao evidenciar como conteúdos teóricos podem ser utilizados para resolver problemas concretos. A abordagem adotada contribui para o desenvolvimento do raciocínio analítico, da interpretação de dados e da compreensão do cálculo como instrumento de análise da realidade. Dessa forma, o trabalho não apenas atende a uma demanda técnica específica, mas também valoriza o papel do cálculo integral como ferramenta essencial no apoio a estudos de planejamento, análise territorial e avaliação de áreas com geometria irregular.

REFERÊNCIAS

GOOGLE EARTH. Disponível em < <https://www.google.com.br/earth/index.html> > Acesso em 14 de dez. de 2025

THOMAS, George B.; FINNEY, Ross L. Cálculo e geometria analítica. 10. ed. São Paulo: Addison Wesley, 2005.

LEITHOLD, Louis. O Cálculo com Geometria Analítica. 3. ed. São Paulo: Harbra, 1994.

STEWART, James. Cálculo Vol. São Paulo: Cengage Learning, 2011.

LEITHOLD, Louis. O cálculo com geometria analítica. 3. ed. São Paulo: Harbra, 1994.